

Gymnázium Na Vítězné pláni 9. 2. 2016



Einstein, Praha a vznik obecné teorie relativity

Jiří Podolský

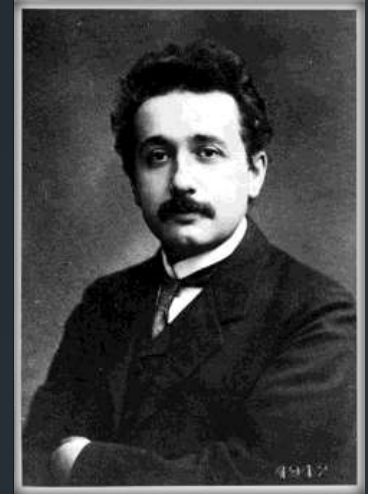
Ústav teoretické fyziky

Matematicko-fyzikální fakulta

Univerzita Karlova v Praze

hlavní koncepční revoluce fyziky 20. století

- **1905** formulována **speciální teorie relativity**
překonání newtonovské mechaniky v makrosvětě
Lorentzova transformace místo Galileiho
- **1915** formulována **obecná teorie relativity**
překonání newtonovské teorie gravitace
dynamické gravitační pole místo okamžité síly
- **kolem 1925** formulována **kvantová teorie**
překonání newtonovské mechaniky v mikrosvětě
interakce světla a látky: Planckův zákon, kvanta, stabilita atomů



Albert Einstein

ve všech případech **sehrál klíčovou roli Albert Einstein**: u STR a OTR výhradně

stručný Einsteinův životopis

Albert Einstein * 14. 3. 1879 - † 10. 4. 1955

největší teoretik všech dob

1879 narozen 14. března v 11:30 v německém Ulmu

1888 přijat na gymnázium v Mnichově

1896 začíná studovat na švýcarské Polytechnice v Curychu

1900 dokončuje studia, ale nemůže najít akademické místo
přijata jeho první publikace do *Annalen der Physik*

1902 nastupuje do patentového úřadu v Bernu

1903 svatba se spolužačkou Milevou Mariíčovou

1905 Einsteinův *annus mirabilis*: publikuje několik revolučních článků

- hypotéza světelných kvant a vysvětlení fotoefektu
- Brownův pohyb a určení rozměrů molekul
- speciální teorie relativity zformulovaná v článku „*K elektrodynamice pohybujících se těles*“

1906 získává doktorát na curyšské univerzitě

1907 objevuje princip ekvivalence, základní princip obecné relativity

1909 mimořádným profesorem teoretické fyziky v Curychu



1891



1905

stručný Einsteinův životopis

1. dubna 1911 – 25. července 1912

řádným profesorem teoretické fyziky v Praze
začíná budovat relativistickou teorii gravitace
odvozuje vzorec pro gravitační rudý posuv a ohyb světla

1912 profesorem v Curychu

spolupráce s Marcelem Grossmannem
matematická formulace gravitace jako zakřivení prostoročasu

1914 profesorem v Berlíně

složitě hledání rovnic gravitačního pole

1915 dne 25. listopadu dokončuje obecnou teorii relativity

záhy následují jeho průkopnické články o gravitačních vlnách (1916)
a relativistické kosmologii (1917), kde zavádí kosmologickou konstantu

1916 článek o spontánní a indukované emisi světla

1919 rozvod s Milevou a sňatek se sestřenicí Elsou Löwenthalovou

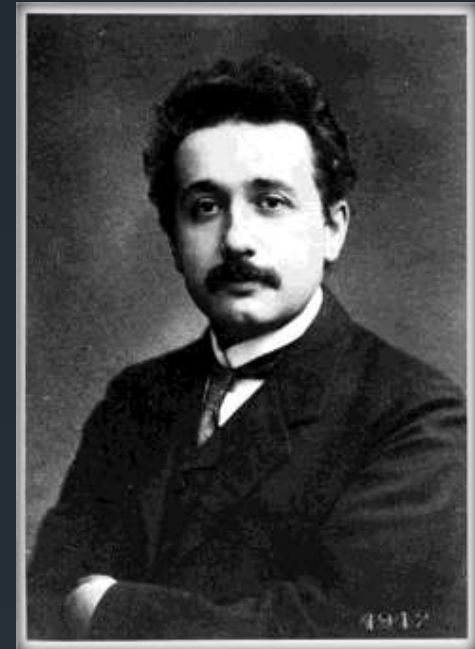
dvě britské expedice potvrzují předpověď ohybu světelných paprsků
při zatmění Slunce 29. května: z Einsteina se stává světová celebrita

1921 přednášky v Praze a Vídni

turné po USA a Velké Británii

1922 získává Nobelovu cenu za fyziku

cesta do Japonska a Jeruzaléma
první práce o jednotné teorii pole



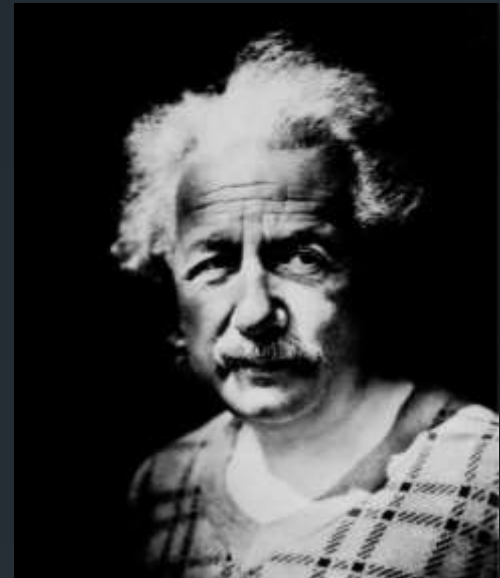
1912



1922

stručný Einsteinův životopis

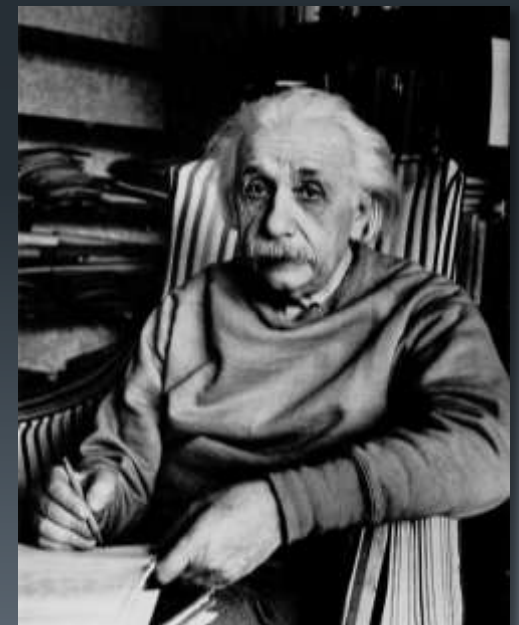
- 1925 formulace Bose–Einsteinovy statistiky a kondenzace
- 1927 hluboká **debata s Nielsem Bohrem**
o základech kvantové mechaniky
- 1930 intenzivní angažování pro mírové hnutí
- 1932 profesorem Ústavu pro pokročilá studia **v Princetonu, USA**
- 1933 po nástupu Hitlera k moci emigruje do USA
a nikdy se již do Německa nevrátí
- 1935 **Einstein–Podolsky–Rosenův paradox** kvantové mechaniky
- 1939 dopis Rooseveltovi o nebezpečí nacistické snahy
vyrobit atomovou bombu
- 1947 velmi aktivní v hnutí za odzbrojení a vytvoření světové vlády
- 1955 10. dubna podepisuje „Manifest Russell–Einstein“
za jaderné odzbrojení
umírá v Princetonu 18. dubna v 1:15 ve věku 76 let



1935



na vlastní přání tělo ihned zpopelněno
a rozptýleno na neznámém místě,
aby „nikdo nemohl uctívat moje kosti“



1948

podrobné Einsteinovy biografie:

- **Abraham Pais:** *Subtle is the Lord*
(Oxford University Press, 1982)
- **Albrecht Fölsing:** *Albert Einstein*
(Volvox Globator, Praha, 2001)
- **Walter Isaacson:** *Einstein, jeho život a vesmír*
(Paseka, Praha-Litomyšl, 2010)
- **Ronald W. Clark:** *Einstein, The Life and Times*
(Avon Books, New York, 1972)
- **Robert E. Kennedy:** *A Student's Guide to Einstein's Major Papers*
(Oxford University Press, 2012)

a mnoho dalších ...

kompletní Einsteinovy spisy a rukopisy:

[The Collected Papers of Albert Einstein](#)

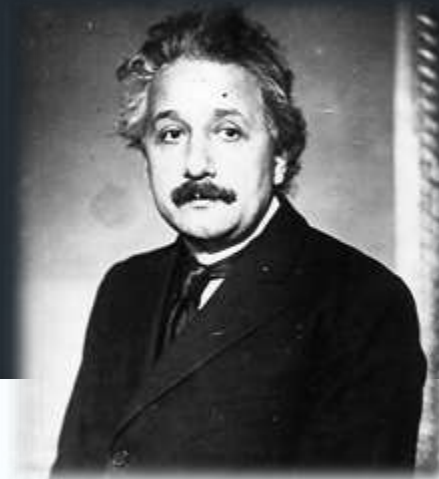
postupně vydávaný soubor všech prací a zachované korespondence A. Einsteina bude ve 30 svazcích, souběžně v originální německé verzi a v anglickém překladu (Princeton University Press, New Jersey, 1. díl 1987, 14. díl 2015 [do r. 1925])

volný digitální přístup k těmto dokumentům: [The Digital Einstein Papers](#)

Einsteinovy rukopisy digitálně zpřístupňuje: [Einstein Archives Online](#)

(Albert Einstein Archives at the Hebrew University)

stručná historie vzniku obecné teorie relativity



1915

- **1905, Bern**
Einstein si uvědomuje, že pojem "současnosti" závisí na vztažné soustavě a formuluje **speciální teorii relativity**, jedno z východisek celé moderní fyziky
- **1907, Bern**
formuluje **princip ekvivalence**, podle kterého nelze rozlišit účinky homogenního gravitačního pole a důsledky urychlení vztažné soustavy, což mu umožní zobecnit princip relativity z inerciálních soustav i na soustavy neinerciální
- **1912, Praha**
studuje **důsledky principu ekvivalence** (ohyb světelných paprsků, frekvenční posuv v gravitačním poli) a načrtává hlavní rysy nové teorie gravitace
- **1913, Curych**
využívá matematických výsledků Gausse, Riemanna, Ricciho a Levi-Civity a formuluje **relativistickou teorii gravitace v jazyce diferenciální geometrie**
- **1915, Berlín**
po velkém úsilí se vrací k curyšské (na souřadnicích nezávislé) verzi teorie a 25.11. prezentuje **finální podobu rovnic gravitačního pole** před Pruskou akademií věd

první klíč k relativistické teorii gravitace: princip ekvivalence listopad 1907, Bern

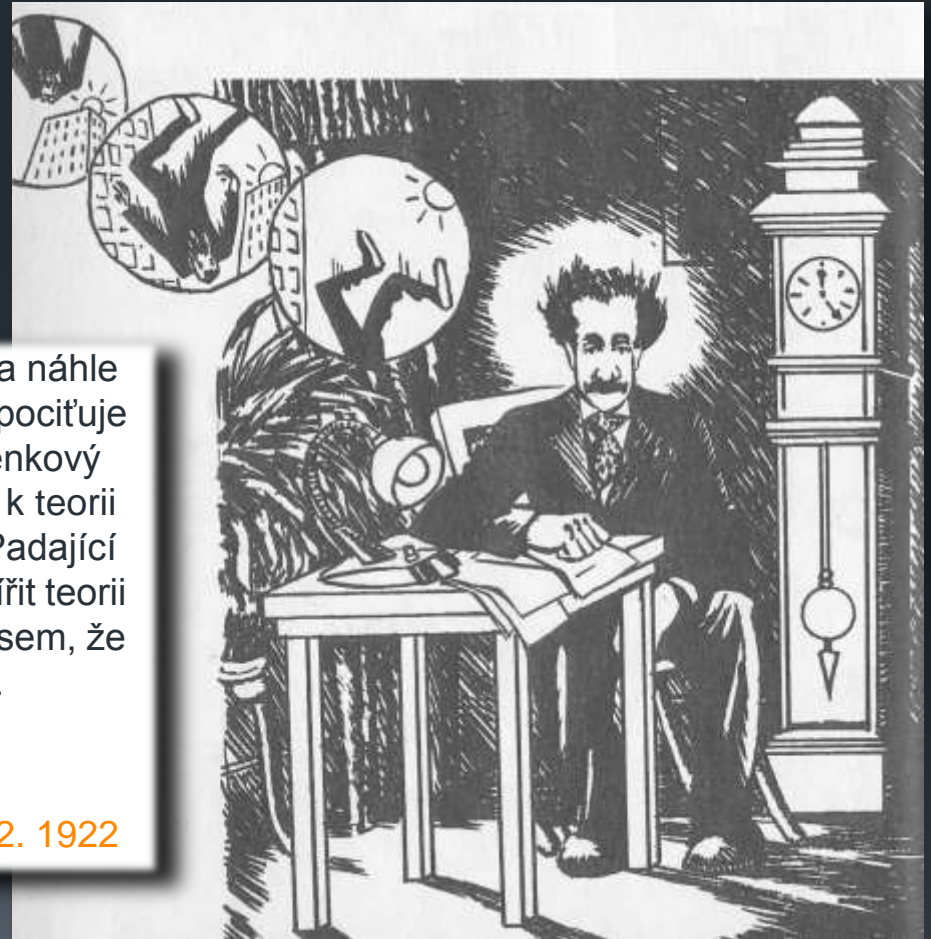
Einsteinův nejšťastnější nápad

při sepisování rozsáhlého přehledového článku
„O principu relativity a důsledcích z něj plynoucích“
Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 4 (1907) 411
V. část věnoval vlivu gravitace (str. 454-462)
[digitální verze článku](#) [anglický překlad](#)

„Seděl jsem v křesle na patentovém úřadě v Bernu a náhle se mi zjevila myšlenka: Když člověk volně padá, nepocítuje svou vlastní váhu. Udivilo mě to. Tento prostý myšlenkový experiment na mne hluboce zapůsobil. Dovedl mne k teorii gravitace. Pokračoval jsem dál ve svých úvahách: Padající člověk je urychlován ... Rozhodl jsem se proto rozšířit teorii relativity i na vztažné soustavy se zrychlením. Cítil jsem, že bych tím současně mohl vyřešit i problém gravitace.

Celý jsem ho tehdy vyřešit nedokázal.
Trvalo mi to dalších osm let...“

Einstein ve své přednášce v Kyoto 14. 12. 1922



princip relativity a princip ekvivalence

„rovnoprávnost
vztažných soustav“

„konstantně urychlená soustava je
totéž co homogenní gravitační pole“

- speciální relativita 1905
pouze inerciální soustavy: nepřipouštějí gravitaci
- obecná relativita 1915
také neinerciální soustavy: reprezentují gravitaci

dnešní formulace Einsteinova principu ekvivalence:
v každé malé volně padající vztažné soustavě jsou
fyzikální zákony stejné jako v inerciální soustavě,
tedy mají stejný tvar jako ve speciální teorii relativity



Einsteinova volně padající laboratoř
je lokální inerciální systém

důsledky principu ekvivalence

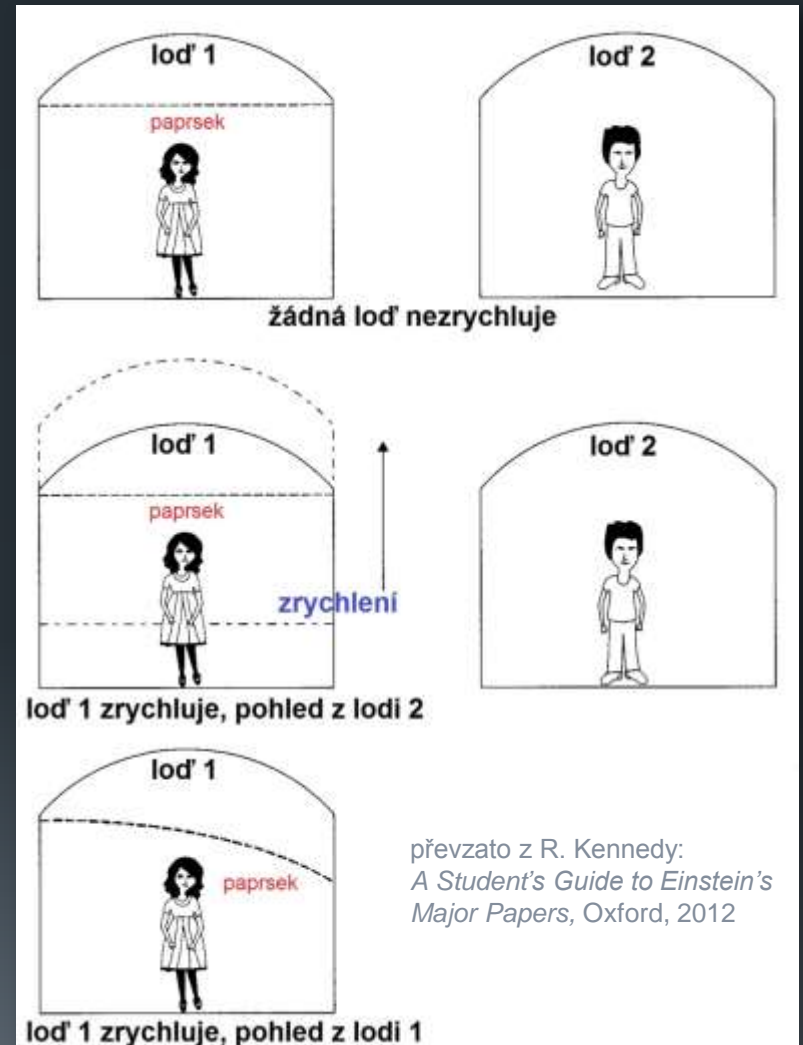
Einstein si v roce 1907 hned uvědomil několik fyzikálních důsledků, zejména:

- zpomalování hodin v gravitačním poli neboli gravitační rudý posuv daný rozdílem potenciálů příslušných míst
- ohyb světelných paprsků gravitací ale zatím jen kvalitativní argument

pak ale Einstein své úvahy o gravitaci na 3½ roku opustil a vrátil se k nim až

během svého pražského pobytu

1. dubna 1911 – 25. července 1912:



Jmenování Einsteina profesorem v Praze

Když se v roce 1910 měla uvolnit odchodem Ferdinanda Lippicha do důchodu řádná profesura matematické fyziky na c. k. německé Karlo-Ferdinandově univerzitě v Praze, byla ustavena komise, jejímiž členy se stali Anton Lampa (profesor fyziky), Georg Pick (profesor matematiky) a Viktor Rothmund (profesor fyzikální chemie).

Komise předložila návrh profesorskému kolegiu filozofické fakulty 21. 4. 1910. Ze tří kandidátů byl na prvním místě doporučen tehdy 31letý Albert Einstein:

Jako shrnutí výše uvedených závěrů doporučuje komise fakulty následující tři návrhy:

1. Podat ministerstvu návrh pro obsazení stolice:

Primo loco: Dr. Albert Einstein, mimořádný profesor teoretické fyziky na Univerzitě v Curychu,

Secundo loco: Dr. Gustav Jaumann, řádný profesor obecné a technické fyziky na německé vysoké škole technické v Brně,

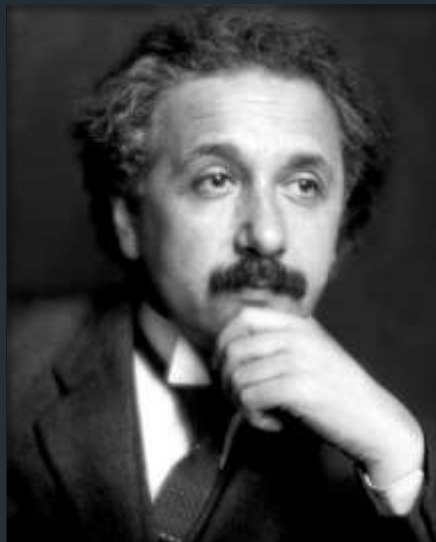
Tertio loco: Dr. Emil Kohl, soukromý docent fyziky na univerzitě a první aktuár Cís. akademie věd ve Vídni.

2. Doporučit ministerstvu, aby bylo dosavadní jméno stolice (Stolice matematické fyziky) změněno na „Stolice teoretické fyziky“ a aby se ústav s ní spojený do budoucna nazýval „Ústav teoretické fyziky“ a nikoli „Matematicko-fyzikální kabinet“, jak tomu bylo doposud.

3. Požádat ministerstvo, aby byl dosavadní matematický seminář rozdělen na dva semináře, a to na jeden matematický a jeden matematicko-fyzikální.

Praha, v dubnu 1910

Lampa m. p.
jako zhotovitel zprávy
Pick m. p.
Rothmund m. p.



Ministerstvo ve Vídni ale doporučení komise nerespektovalo a dalo přednost tuzemskému kandidátovi Jaumannovi, který však odmítl. Až pak se obrátilo na Alberta Einsteina. Jednání a úřední formality však zabraly mnoho měsíců, takže Einstein mohl na místo řádného profesora teoretické fyziky v Praze nastoupit teprve k 1. 4. 1911.

zpráva rakusko-uherského vyslance v Bernu z 14. 11. 1910 o chování Alberta Einsteina ve Švýcarsku

Vysoce urozený pana hrabě,
V odpověď na vysoké nařízení z 29. minulého měsíce č. 58061/8a, týkající se prošetřování všeobecného chování univerzitního profesora Dr. Alberta Einsteina a během jeho mnohaletého pobytu ve Švýcarsku, si dovoluji Vaší Excelenci na základě písemného sdělení švýcarského ministerstva spravedlnosti a policie co nejposlušněji hlásit, že se jmenovaný během svého pobytu ve Švýcarsku, a zvláště v Bernu, těšil nejlepší pověsti a není o něm známo nic nepříznivého.
Přijměte prosím, Vaše Excelence, ujištění o mé nejhlubší úctě.
M. Gager
Vysokému c. k. ministerstvu zahraničních věcí

jmenování Einsteina profesorem

přednesení ministra kultu a vyučování hraběte Karla Stürgkha panovníkovi ze dne 16.12. 1910

a

rozhodnutí Františka Josefa I. z 6.1. 1911 o jmenování Einsteina řádným profesorem teoretické fyziky v Praze

dekret o jmenování Alberta Einsteina řádným profesorem



Dekret

roku 1911
c. k. ministerstvo kultu a vyučování
č. 842

pro mimořádného profesora Univerzity v Curychu Dr. Alberta Einsteina v Curychu.

Jeho c. a k. apoštolské Veličenstvo Vás nejmilostivěji ráčilo Nejvyšším rozhodnutím ze dne 6. ledna 1911 jmenovat řádným profesorem teoretické fyziky na německé univerzitě v Praze, se systematizovaným platem, a to s právní účinností od 1. dubna 1911.

V důsledku tohoto Nejvyššího rozhodnutí Vás mám uvědomit, abyste se při vstupu svého jmenování v právní účinnost představil místodržícímu v Čechách za účelem své přísahy, nastoupil na svůj nový učitelský úřad na německé univerzitě v Praze začátkem letního semestru 1911 a včas se dohodl s děkanátem pražské německé filozofické fakulty na ohlášení svých přednášek pro tento semestr, jakož i na převzetí vedení Ústavu teoretické fyziky.

Vaše učitelské závazky budou spočívat v řádném zastoupení Vašeho jmenovitého předmětu dle pravidel a platných předpisů, zvláště pak v povinnosti o něm přednášet každý semestr v rozsahu pěti hodin týdně a každý třetí semestr konat „collegium publicum“ o speciálních partiích Vašeho předmětu.

Místodržící v Čechách bude požádán, aby Vám podle předpisů počínaje 1. dubnem 1911 dával k dispozici systematizovaný plat, tj. částku ve výši šest tisíc čtyři sta (6400) korun vedle ročního činovního ve výši jeden tisíc čtyři sta sedmdesát dva (1472) korun.

Zároveň Vás pověřuji vedením Semináře pro teoretickou fyziku na německé univerzitě v Praze a za námahu s tím spojenou Vám poskytují roční odměnu osm set (800) korun, jež Vám bude poukázána místodržícím v Čechách ve dvou částkách stejné výše na konci každého semestru.

Jako odškodnění za odvedenou taxu za propůjčení služby a jako příspěvek k nákladům na Vaše přesídlení z Curychu do Prahy Vám poukazují částku o celkové výši dvou tisíc (2000) korun, jež Vám budou z poloviny vyplaceny při nástupu do úřadu, zbytek Vám bude na Vaši zvláštní žádost poukázán po začátku kalendářního roku 1912 místodržícím v Čechách.

Závěrem poznamenávám, že pro Vaše jmenování je vyžadováno rakouské státní občanství; račte proto neprodleně učinit kroky pro vyvázání z Vašeho dosavadního státního svazku.

Videň, dne 13. ledna 1911

Dospívám tedy co nejposlušněji k nejponiženější prosbě:

račte
Vaše Výsosti

co nejmilostivěji jmenovat mimořádného profesora teoretické fyziky na Univerzitě v Curychu, Dr. Alberta Einsteina, řádným profesorem teoretické fyziky na německé univerzitě v Praze se systematizovaným platem, a to s právní účinností od 1. dubna 1911.

Videň, 16. prosince 1910

Stürgkh

Jmenuji mimořádného profesora Univerzity v Curychu, Dr. Alberta Einsteina, řádným profesorem teoretické fyziky na německé univerzitě v Praze se systematizovaným platem, a to s právní účinností od 1. dubna 1911.

Videň, 6. ledna 1911

Franz Joseph

Obdrženo 6. ledna 1911

Stürgkh



panovníkův osobní souhlas

Einsteinova pedagogická činnost

Albert Einstein vyučoval na německé Karlo-Ferdinandově univerzitě **3 semestry**:
v letním roku 1911 a v zimním i letním semestru akademického roku 1911/12



**Mechanik diskreter Massenpunkte. 3stündig. Ord. Prof. Dr. Einstein.*

**Thermodynamik. 2stündig. Ord. Prof. Dr. Einstein. Ort und Stunde beider Kollegien wurden später angekündigt werden.*

**Mechanik. 3stündig. Montag, Mittwoch, Freitag 9—10. Ord. Prof. Dr. Einstein. Klementinum II.*

**Wärmelehre. 2stündig. Dienstag, Donnerstag 9—10. Ord. Prof. Dr. Einstein. Klementinum II.*

4. Seminar für theoretische Physik.

Übungen im Seminare. 2stündig. Nach Vereinbarung. Ord. Prof. Dr. Einstein. Naturwissenschaftliches Institut.

**Molekulartheorie der Wärme. 3stündig. Montag, Dienstag, Mittwoch 9—10. Ord. Prof. Dr. Einstein. Hörsaal des mathematischen Seminars.*

**Mechanik der Kontinua. 2stündig. Donnerstag, Freitag 9—10. Ord. Prof. Dr. Einstein. Hörsaal des mathematischen Seminars.*

4. Seminar für theoretische Physik.

Übungen im Seminare. Freitag abends von 8 Uhr an. Ord. Prof. Dr. Einstein. Naturwissenschaftliches Institutsgebäude.

letní semestr 1911

Mechanika hmotných bodů 3 hodiny
Termodynamika 2 hodiny

zimní semestr 1911

Mechanika 3 hodiny, Klementinum
Nauka o teple 2 hodiny, Klementinum
Seminář pro teoretickou fyziku 2 hodiny, Viničná

letní semestr 1912

Molekulová teorie tepla 3 hodiny, Viničná
Mechanika kontinua 2 hodiny, Viničná
Seminář pro teoretickou fyziku pátek od 8 večer, Viničná



Einstein přednášel
zpravidla každý den
od 9 do 10 ráno
v Klementinu (vlevo)
či Viničné (vpravo)
kde konal i semináře

úplný seznam posluchačů prof. Einsteina

dle zápisových listů uložených v Archivu UK Praha, byly mezi nimi i tři studentky



řádní posluchači

Becker Emma	LS 1911, ZS 1911, LS 1912
Fanta Otto	LS 1912
Gudra Wilhem	ZS 1911
Hrubesch Felix	LS 1911, ZS 1911, LS 1912
Kaspar Fridolin	LS 1911
Kolbe Rudolf	ZS 1911
Langecker Karl	LS 1911, ZS 1911
Leide Franz	LS 1911
Loos Franz	LS 1911, ZS 1911, LS 1912
Mrazek Josef	ZS 1911
Nothmann-Zuckerkandl Helene	LS 1911, ZS 1911, LS 1912
Peyer Josef	ZS 1911
Pollak Leo Wenzel	LS 1911
Possell Walther	LS 1911, ZS 1911
Reinel Anton	LS 1911
Reinel Josef	ZS 1911, LS 1912
Robitschek Hedwig	LS 1911, ZS 1911, LS 1912
Seidel Friedrich	LS 1911, ZS 1911, LS 1912
Toepel Rudolf	ZS 1911, LS 1912
Vordrén Josef	LS 1911
Weber Georg	LS 1912
Weigel Wenzel	ZS 1911, LS 1912
Winter Adolf	LS 1911, ZS 1911
Woska Franz X.	LS 1912
Zehrl Eduard	LS 1911

mimořádní posluchači

Fleischman Karl	LS 1911, ZS 1911
Frankfurter Samuel	LS 1911, ZS 1911, LS 1912
Heiss Alfred	LS 1911
Hrabák Miroslav	LS 1912
Hruběš Adolf	LS 1911
Ruml Franz	ZS 1911
Rupert Karl	LS 1911, ZS 1911
Singer Ernst	LS 1911
Steinberger Wilhelm	LS 1911
Stary Otakar	LS 1912
Theimer Fritz	ZS 1911



218

Proto
über die Akte zur Erlangung der Doctorswürde an der

Namen, Vaterland, Geburtsort, Alter des Kandidaten, dessen Studien, Namen und Charakter des Vaters	Wissenschaftliche Abhandlung, von wem beurteilt	Fachrigorosum, 2 stündig, aus
415. <u>Stransky Emil</u> geb. am 4 Juli 1882 in Beroun (Böhmen) Maturitätszeugnis des k.k. deutsch. Hochgymn. in Sauechowitz vom 12. Juli 1901. 3 Semester an der philot. Fakultät der k.k. deutsch. Univ. in Prag	Definitivmal promotorische der Beamten-Kassen auf Grundlage eines Nicht-Schulischen Bestimmung? Prof. Frick Präsident 20. 11. 1911	Nationalität und Examen Physik wiederholt an wiederholt an 8. Juli 1911 Lugegezeichnet Bach günstig Langezeit ausgezeichnet Lampa Approbiert mit Jean Kalkku 'ausgezeichnet' Betz
de. Universität an der k. k. deutsch. Hochschule in Prag. Vater: Phil. Stransky, Kaufmann in Beroun.	1) approbiert 6. März 1911.	

podpisy Einsteina jsou i na dvou protokolech rigorózních zkoušek:

- Mifka Viktor (rigorózum z experimentální fyziky 24.6.1911)
- Stransky Emil (rigorózum z matematiky a experimentální fyziky 8.7.1911)

Einsteinovo bydliště v Praze 1911-1912

Einstein bydlel s manželkou Milevou a syny Hansem Albertem a Eduardem **na Smíchově** v secesním domě z roku 1910 v ulici Třebízského (dnes Lesnická 7)



pobytová přihláška Einsteinových na pražském policejním ředitelství

když vyšel z domu cestou do práce, zahrnul doprava podél Vltavy a záhy došel k **Palackého mostu**:

Einsteinova cesta do práce



2

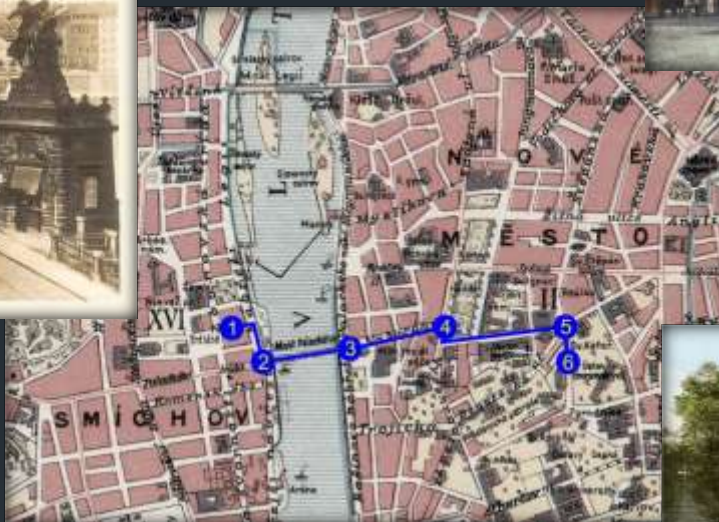
Palackého most z roku 1878 byl tehdy na obou stranách zakončen mýtnými budkami s Myslbekovými sochami (dnes na Vyšehradě) na motivy „Rukopisů“



3

za Palackého mostem se vydal ulicí **Na Moráni** s domy z konce 19. století na Karlovo náměstí, zahrnul kolem barokního **Faustova domu** a pokračoval nahoru podél řady nemocnic

4



6



5

u gotického **kostela Svaté Kateřiny** Einstein zahrnul doprava do **Viničné ulice** a došel k budově přírodovědných ústavů německé university

ulice je z východní strany lemována zdí nejstaršího pražského psychiatrického zařízení obecně zvaného Kateřinky

Albert Einstein k Philippu Frankovi:
„Tam jsou ti blázní, kteří se nezabývají kvantovou mechanikou!“

Einsteinův vztah k Praze

Einstein v dopisech přátelům vysoce hodnotil Prahu jako město, méně už byl spokojen s obecnou povahou pražských Němců. Byl odpůrcem šovinismu a popuzovala ho animozita mezi Němci a Čechy: ironizoval třeba, jak byl vyzván k nákupům jen v německých obchodech.



Praha je nádherná na pohled.
Lidé jsou zde buď povýšení,
se zchudlou noblesou, či podlézaví –
podle toho, jakým prošli údělem.
Jsou výteční kuchaři.
Mnozí jsou obdařeni jistým půvabem.
H. Zanggerovi, 7. dubna 1911

Mám velkou radost ze svého zdejšího
místa a ústavu. Jenom lidé jsou mi cizí.
Nemají přirozené city; projevují necitlivost
a zvláštní směs stavovské povýšenosti a
servility, postrádají jakoukoli laskavost vůči
druhým lidem.

...

Nemohl bys mě někdy navštívit?...
Město Praha je prostě nádherné,
tak krásné, že už samo o sobě
si zaslouží větší cestu.

M. Bessovi, 13. května 1911



podle Václava Hlavatého, profesora geometrie na
Univerzitě Karlově, jenž po své emigraci v roce
1948 navštěvoval v Princetonu Alberta Einsteina
a pracoval na jeho jednotné teorii pole,

mezi Einsteinovy nejoblíbenější patřil pohled
na pražské mosty od Hanavského pavilonu

Einsteinovy kontakty

Albert Einstein se brzo stal oblíbeným hostem v salonu Berty Fantové v domě „U jednorožce“

zde se scházeli mladí židovští intelektuálové: filozof **Hugo Bergmann**, německy píšící spisovatel **Max Brod**, občas i jeho přítel **Franz Kafka**, a další; Einsteina do tohoto filozoficko-literárního debačního kroužku ale asi nejvíce lákala hudba: hrál zde na housle a měl i přednášku o relativitě

se snachou Bertou Fantovou Johannou se sešel po její emigraci v Princetonu a ke konci svého života s ní udržoval úzké přátelské vztahy



pomník Franze Kafky na pražském Josefově od Jaroslava Róny (2003)



Dům „U jednorožce“ na Staroměstském náměstí s pamětní deskou

Praha té doby

Praha držela krok s evropskými metropolemi: řada ulic, budov i činžovních domů již měla **elektrické osvětlení** – Einstein si pochvaloval, že na rozdíl od svého předchozího bydliště v Bernu svítil v Praze elektřinou; **tramvaje** se objevily zásluhou Františka Křižíka v Praze dříve než ve Vídni (1891) a v Einsteinově době byla už Praha s předměstími pokryta **hustou tramvajovou sítí**:



secesní Obecní dům dokončený 1912 (A. Balšánek, O. Polívka)



kubistický Dům u Černé Matky Boží dokončený 1912 (J. Gočár)



kubistická pracovna prof. Františka Závistý (dle návrhu P. Janáka, dnes Velké Meziříčí)

Einsteinova vědecká činnost v Praze

8 odborných článků v *Annalen der Physik*, polovina jich byla věnována gravitaci:

hlavním časopise té doby, zúčastnil se i první Solvayovy konference v Bruselu, prestižního setkání dvacítky nejvýznamnějších fyziků:

úplný seznam Einsteinových publikací z pražského období:

Teorie relativity a gravitace:

Teorie relativity, *Naturforschende Gesellschaft in Zürich. Vierteljahrsschrift* **56** (1911) 1–14.

O Ehrenfestově paradoxu. Komentář k článku V. Varičaka, *Physikalische Zeitschrift* **12** (1911) 509–510.

O vlivu gravitace na šíření světla, *Annalen der Physik* **35** (1911) 898–908.

Rychlost světla a statika gravitačního pole, *Annalen der Physik* **38** (1912) 355–369.

O teorii statického gravitačního pole, *Annalen der Physik* **38** (1912) 443–458.

Existuje gravitační efekt analogický k elektrodynamické indukci? *Vierteljahrsschrift für gerichtliche Medizin und öffentliches Sanitätswesen* **44** (1912) 37–40.

Relativita a gravitace: Odpověď na komentář M. Abrahama, *Annalen der Physik* **38** (1912) 1059–1064.

Termodynamika, teorie záření a kvant:

Elementární pozorování k tepelnému pohybu molekul v pevných látkách, *Annalen der Physik* **35** (1911) 679–694.

Výňatky z diskuze po přednášce na 83. setkání Společnosti německých přírodovědců a lékařů, 25. – 27. září 1911, *Physikalische Zeitschrift* **12** (1911) 978, 1068–1069, 1084.

O současném stavu problému specifických tepel, Einsteinova přednáška na Solvayově konferenci 30. října – 3. listopadu 1911: ve sborníku *La théorie du rayonnement et les quanta. Rapports et discussions de la réunion à Bruxelles*, Paul Langevin, Maurice de Broglie (eds.), Institut Solvay, Conseil de Physique; Paris, Gauthier-Villars, 1912, 407–435.

Termodynamický důkaz zákona fotochemické ekvivalence, *Annalen der Physik* **37** (1912) 832–838.

Doplňěk mého článku: Termodynamický důkaz zákona fotochemické ekvivalence, *Annalen der Physik* **38** (1912) 881–884.

Odpověď na komentář J. Starka: O aplikaci Planckova fundamentálního zákona..., *Annalen der Physik* **38** (1912) 888.



filantropický průmyslník Ernest Solvay

3. 11. 1911

přehledový referát
o současném stavu
teorie specifických tepel

Zum gegenwärtigen Stande des Problems der spezifischen Wärme.

Von M. Einstein.

§ 1. Zusammenhang zwischen spezifischer Wärme und Strahlungsformel.

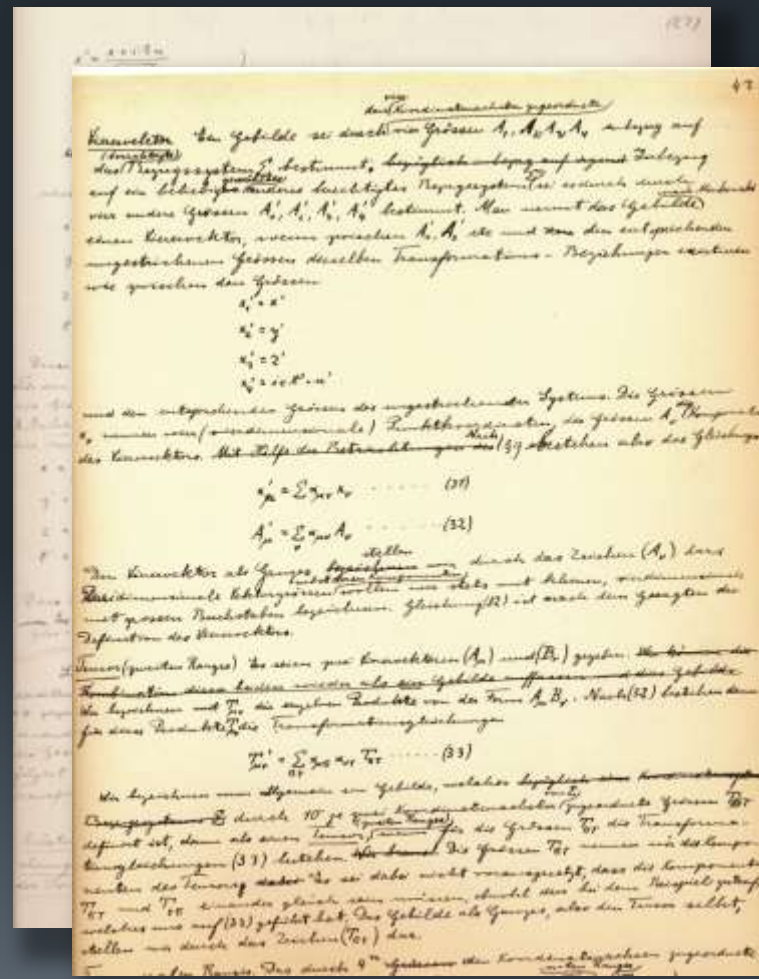
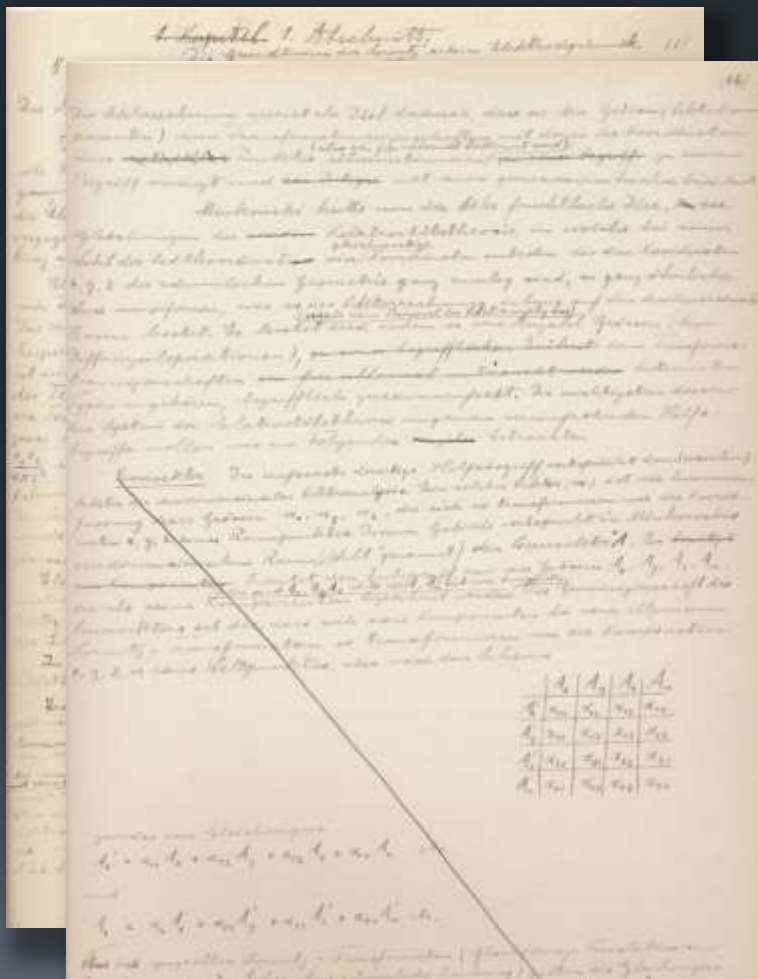
Einen der frühesten und schönsten Erfolge hat die kinetische Molekulartheorie der Wärme auf dem Gebiete der spezifischen Wärme erzielt, indem es gelang, die spezifische Wärme eines einatomigen Gases aus der Zustandsgleichung exakt zu berechnen. Nun ist es wieder das Gebiet der spezifischen Wärme, an dem die Unzulänglichkeit der Molekularmechanik zutage tritt.

Nach der Molekularmechanik ist allgemein die mittlere kinetische Energie eines mit anderen Atomen nicht starr verbundenen Atoms gleich $\frac{3}{2} \frac{RT}{N}$, falls man mit R die Gaskonstante, mit T die absolute Temperatur und mit N die Anzahl der Moleküle in einem Grammmolekül bezeichnet. Daraus folgt sogleich, daß die spezifische Wärme bei konstantem Volumen eines einatomigen idealen Gases, bezogen auf ein Grammmolekül, gleich $\frac{3}{2} R$, oder im kalorischen

Einsteinův rukopis z let 1912-1914

zamýšlen jako přehled speciální teorie relativity pro *Handbuch der Radiologie*, ale nikdy nepublikován

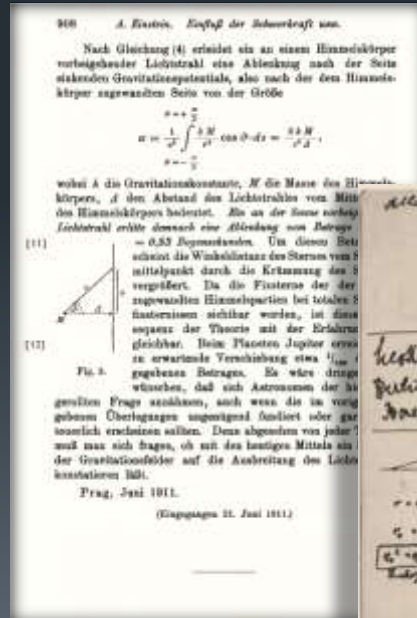
- brilantní Einsteinův text psaný perem na 72 stranách rozměru 36×22,5 cm začal vznikat v Praze
- ale od strany 47 byl zjevně dokončen v Curychu, neboť použitý papír je švýcarského původu



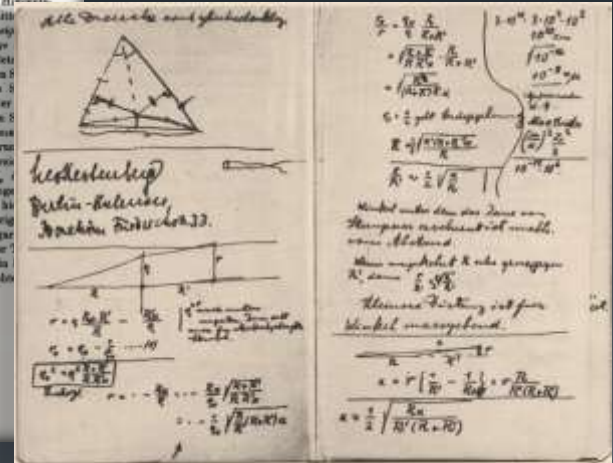
Einsteinovo studium gravitace v Praze

v klidu své pracovny ve Viničné ulici začal Einstein systematicky studovat gravitaci a budovat její relativistickou teorii: **obecnou teorii relativity** dokončil ji v listopadu 1915 v Berlíně

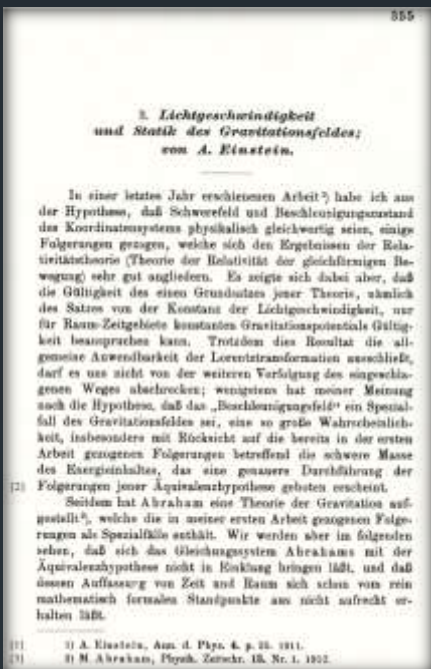
už v červnu 1911 poslal do *Annalen der Physik* zásadní článek „O vlivu gravitace na šíření světla“: navázal na své úvahy z r. 1907 a z jasněji formulovaného **principu ekvivalence** mezi homogenním gravitačním polem a rovnoměrně zrychleným vztažným systémem odvodil měřitelný **gravitační rudý posuv** a **ohyb světelných paprsků**:



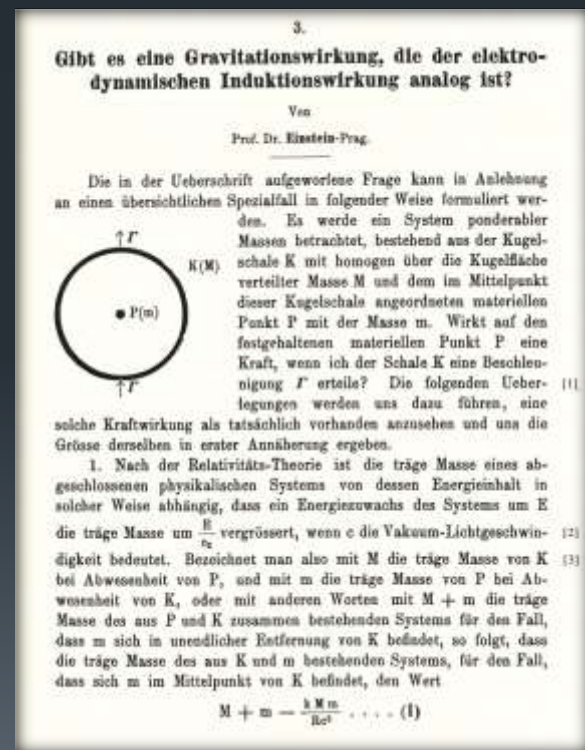
dvě strany z Einsteinova poznámkového bloku, v nichž počítal ohyb paprsků v gravitačním poli:



Einstein a gravitace 1912 v Praze



ke konci svého pražského pobytu začal Einstein studovat i **dynamické gravitační pole**, například **vliv zrychleného pohybu vzdálených zdrojů na hmotnost těles** v laboratorní soustavě. Tyto úvahy byly inspirovány myšlenkami Ernsta Macha kriticky hodnotící Newtonovu mechaniku:



v dalších pracích z roku 1912 o gravitaci se Einstein zabýval **statickým gravitačním polem**: neuvědomil si ještě, že gravitace je zakřivení prostoročasu popsatelné metrickým tenzorem $g_{\mu\nu}$, **uvažoval pouze modifikaci časové komponenty**, kterou chápal jako vliv gravitačního pole na velikost rychlosti šíření světla, tedy

- uvažoval jen speciální tvar $ds^2 = -c^2(x,y,z)dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$
- namísto výrazu obecného $ds^2 = g_{\mu\nu}(x^\kappa) dx^\mu dx^\nu$

ale i tak dokázal najít hlavní rysy budoucí obecné teorie relativity:

- nelinearitu rovnic gravitačního pole
- vliv gravitace na elektromagnetické pole
- variační formulaci rovnic pohybu částic z ds^2

je kuriózní, že tento Einsteinův článek vyšel ve Čtvrtletníku pro soudní lékařství a veřejné zdravotnictví

Einstein a Pick: diferenciální geometrie

Albert Einstein se v Praze nejvíce sblížil s Georgem Pickem, o generaci starším profesorem matematiky. Pick se zajímal o fyziku, v mládí byl asistentem Ernsta Macha a rád Einsteinovi líčil vzpomínky na něj. **V práci se vídali téměř denně a dlouze debatovali:** Einstein prý často vyběhl ze dveří svého ústavu ve Viničné, seběhl o patro níž a žádal Picka o pomoc v řešení nějakého matematického problému.

dle vzpomínek Philippa Franka už tenkrát Pick navrhl Einsteinovi použít pro popis gravitace aparát Riemannovy geometrie: „absolutní diferenciální počet“ Ricciho a Levi-Civity, jenž se pak opravdu stal základem obecné teorie relativity

rozpracováno ale až v Curychu srpen 1912 – březen 1914:

Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications.

Par

M. M. G. RICCI et T. LEVI-CIVITA à Padoue.

Table des matières.

Chapitre I.

Algorithme du calcul différentiel absolu.

	Page.
§ 1. Transformations ponctuelles et systèmes de fonctions	128
§ 2. Systèmes covariants et contrevariants. — Exemples divers	130
§ 3. Addition, multiplication, composition des systèmes, — Quadrique fondamentale. — Systèmes réciproques	132
§ 4. Application à l'analyse vectorielle	135
§ 5. Dérivation covariante et contrevariante selon une forme fondamentale. — Conservation des règles du calcul différentiel ordinaire.	138
§ 6. Système de Riemann. — Relations entre les éléments du deuxième système dérivé d'un système covariant quelconque	142
§ 7. Caractère invariant des équations, que l'on rencontre en calcul différentiel absolu	143

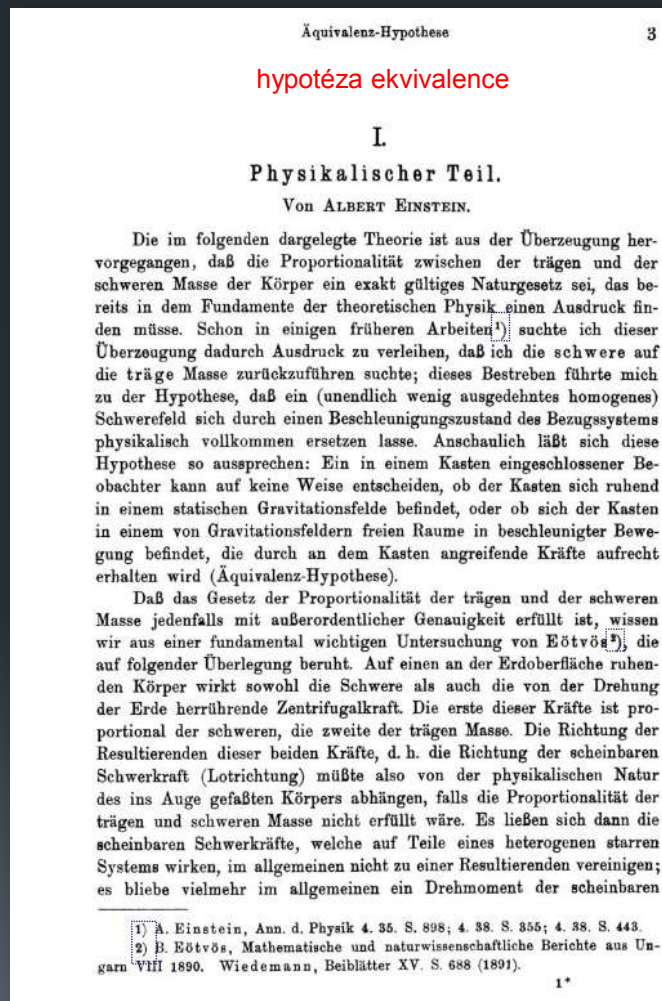
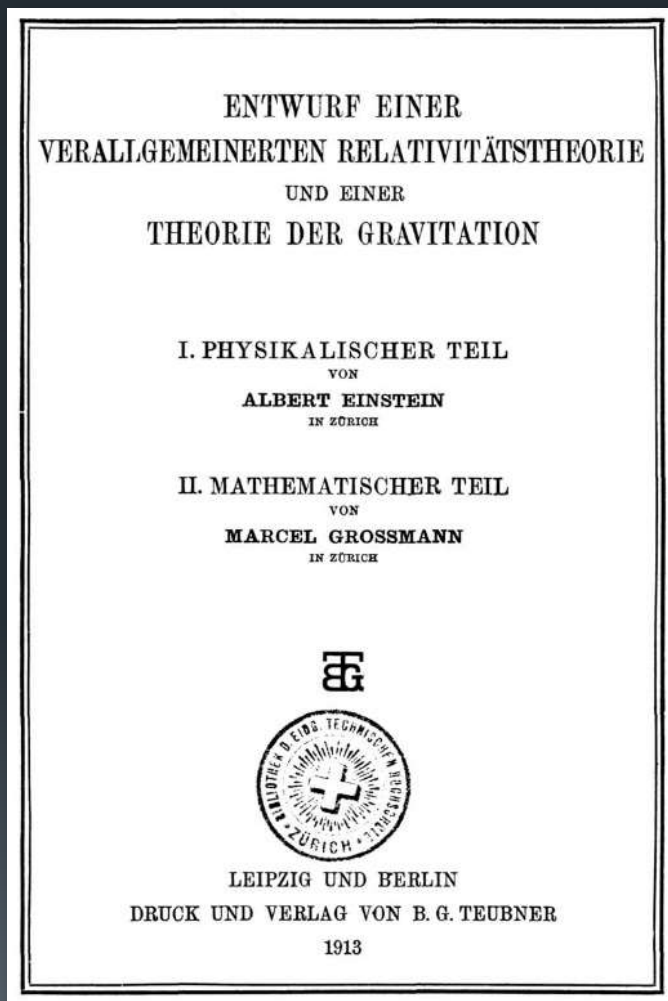
společné dílo Einsteina s Grossmannem

profesor matematiky (geometrie) a děkan curyšské ETH, Einsteinův dávný přítel a spolužák z ETH

„Nástin zobecněné teorie relativity a teorie gravitace“

<http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol4-doc/324>

Curych
1913



nakladatelství Teubner, Lipsko (1913) 36 stran

Einstein a Grossmann 1913

fyzikální část od Alberta Einsteina gravitační pole není popsáno 1 potenciálem φ ale 10 nezávislými složkami metrického tenzoru $g_{\mu\nu}$

Das allgemeine Schwerefeld 7

Wir gelangen so zu der Auffassung, daß im allgemeinen Falle das Gravitationsfeld durch zehn Raum-Zeit-Funktionen

metrický tenzor
gravitačního pole

charakterisiert ist, welche sich im Falle der gewöhnlichen Relativitätstheorie auf

zobecnující
Minkowského
tenzor STR

$$\begin{matrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{matrix}$$

($g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$)

reduzieren, wobei c eine Konstante bedeutet. Dieselbe Art der Degeneration zeigt sich bei dem statischen Schwerefeld der vorhin betrachteten Art, nur daß bei diesem $g_{44} = c^2$ eine Funktion von x_1, x_2, x_3 ist.

Die Hamiltonsche Funktion H hat daher im allgemeinen Fall den Wert

$$(5) H = -m \frac{ds}{dt} = -m \sqrt{g_{11} \dot{x}_1^2 + \dots + 2g_{12} \dot{x}_1 \dot{x}_2 + \dots + 2g_{14} \dot{x}_1 \dot{x}_4 + \dots + g_{44}}$$

Die zugehörigen Lagrangeschen Gleichungen

$$(6) \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial H}{\partial x} = 0$$

ergeben sofort den Ausdruck für den Impuls J des Punktes und für die vom Schwerefeld auf ihn ausgeübte Kraft \mathfrak{K} :

$$(7) J_x = -m \frac{g_{11} \dot{x}_1 + g_{12} \dot{x}_2 + g_{13} \dot{x}_3 + g_{14} \dot{x}_4}{\frac{ds}{dt}} = -m \frac{g_{11} d_1 x + g_{12} d_2 x + g_{13} d_3 x + g_{14} d_4 x}{ds}$$

$$(8) \mathfrak{K}_x = -\frac{1}{2} m \frac{\sum_{\mu\nu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_1} dx_\mu dx_\nu}{ds \cdot dt} = -\frac{1}{2} m \cdot \sum_{\mu\nu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_\mu}{ds} \cdot \frac{dx_\nu}{dt}$$

Ferner ergibt sich für die Energie E des Punktes

$$(9) -E = -\left(\dot{x} \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} + \dots \right) + H = -m \left(g_{41} \frac{dx_1}{ds} + g_{42} \frac{dx_2}{ds} + g_{43} \frac{dx_3}{ds} + g_{44} \frac{dx_4}{ds} \right)$$

Im Falle der gewöhnlichen Relativitätstheorie sind nur lineare orthogonale Substitutionen zulässig. Es wird sich zeigen, daß wir für die Einwirkung des Schwerefeldes auf die materiellen Vorgänge Gleichungen aufzustellen vermögen, die beliebigen Substitutionen gegenüber sich kovariant verhalten.

Spannungs-Energie-Tensor des materiellen Vorganges 11

Den Tensor $\Theta_{\mu\nu}$ nennen wir den (kontravarianten) Spannungs-Energiетensor der materiellen Strömung. Der Gleichung (10) schreiben wir einen Gültigkeitsbereich zu, der über den speziellen Fall der Strömung inkohärenter Massen weit hinausgeht. Die Gleichung stellt allgemein die Energiebilanz zwischen dem Gravitationsfeld und einem beliebigen materiellen Vorgang dar; nur ist für $\Theta_{\mu\nu}$ der dem jeweiligen betrachteten materiellen System entsprechende Spannungs-Energiетensor einzusetzen. Die erste Summe in der Gleichung enthält die örtlichen Ableitungen der Spannungen bzw. Energiestromdichte und die zeitlichen Ableitungen der Impuls- bzw. Energiedichte; die zweite Summe ist ein Ausdruck für die Wirkungen, welche vom Schwerefeld auf den materiellen Vorgang übertragen werden.

§ 5. Die Differentialgleichungen des Gravitationsfeldes.

Nachdem wir die Impuls-Energiegleichung für die materiellen Vorgänge (mechanische, elektrische und andere Vorgänge) mit bezug auf das Gravitationsfeld aufgestellt haben, bleibt uns noch folgendes zu geben. Es sei der Tensor $\Theta_{\mu\nu}$ für den materiellen Vorgang gegeben. Welches sind die Differentialgleichungen, welche die Größen $g_{\mu\nu}$ des Schwerefeldes zu bestimmen gestatten? Wir suchen mit Worten die Verallgemeinerung der Poissonschen Gleichung

$$\Delta \varphi = 4\pi k \rho.$$

Zur Lösung dieser Aufgabe haben wir keine so vollkommen läufige Methode gefunden, wie für die Lösung des vorhin behandelten Problems. Es war nötig, einige Annahmen einzuführen, deren Richtigkeit zwar plausibel erscheint, aber doch nicht evident ist.

Die gesuchte Verallgemeinerung wird wohl von der Form sein

$$(11) \quad \kappa \cdot \Theta_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu}$$

wo κ eine Konstante, $\Gamma_{\mu\nu}$ ein kontravarianter Tensor zweiten Ranges ist, der durch Differentialoperationen aus dem Fundamentaltensor $g_{\mu\nu}$ hervorgeht. Dem Newton-Poissonschen Gesetz entsprechend wird man geneigt sein zu fordern, daß diese Gleichungen (11) zweiter Ordnung sein sollen. Es muß aber hervorgehoben werden, daß es sich als unmöglich erweist, unter dieser Voraussetzung einen Differentialausdruck $\Gamma_{\mu\nu}$ zu finden, der eine Verallgemeinerung von $\Delta \varphi$ ist, und sich beliebigen Transformationen gegenüber als Tensor erweist.¹⁾ A priori kann allerdings nicht in Abrede gestellt werden, daß die endgültigen, genauen Gleichungen der Gravitation von höherer als zweiter Ordnung sein könnten. Es besteht daher immer noch die Möglichkeit, daß die

¹⁾ Vgl. II. Teil, § 4, Nr. 2.

diferenciální rovnice gravitačního pole

gleichung der Poisson

$$\Delta \varphi = 4\pi k \rho.$$

Poissonova rovnice newtonovského gravitačního pole:

snaha o její zobecnění do tenzorové podoby pro dynamické pole: velmi obtížný úkol

Einstein a Grossmann 1913

matematická část od Marcela Grossmanna

obecně invariantní
prostorčasový interval

II.

Mathematischer Teil.

VON MARCEL GROSSMANN.

Die mathematischen Hilfsmittel für die Entwicklung der Vektoranalysis eines Gravitationsfeldes, das durch die Invarianz des Linienelementes

$$ds^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

charakterisiert ist, gehen zurück auf die fundamentale Abhandlung von Christoffel¹⁾ über die Transformation der quadratischen Differentialformen. Ricci und Levi-Civita²⁾ haben, ausgehend von den Christoffelschen Resultaten, ihre Methoden der absoluten, d. h. vom Koordinatensystem unabhängigen Differentialrechnung entwickelt, die gestatten, den Differentialgleichungen der mathematischen Physik eine invariante Form zu geben. Da aber die Vektoranalysis des auf beliebige krummlinige Koordinaten bezogenen euklidischen Raumes formal identisch ist mit der Vektoranalysis einer beliebigen, durch ihr Linienelement gegebenen Mannigfaltigkeit, so bietet es keine Schwierigkeiten, die vektoranalytischen Begriffsbildungen, wie sie in den letzten Jahren von Minkowski, Sommerfeld, Laue u. a. für die Relativitätstheorie entwickelt worden sind, auszudehnen auf die vorstehende allgemeine Theorie von Einstein.

Die allgemeine Vektoranalysis, die man so erhält, erweist sich bei einiger Übung als ebenso einfach zu handhaben, wie die spezielle des drei- oder vierdimensionalen euklidischen Raumes; ja die größere Allgemeinheit ihrer Begriffsbildungen verleiht ihr eine Übersichtlichkeit, die dem Spezialfall häufig genug abgeht.

Die Theorie der speziellen Tensoren (§ 3) ist in einer während des Entstehens dieser Arbeit erschienenen Abhandlung von Kottler³⁾

¹⁾ Christoffel, Über die Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Grades, J. f. Math. 70 (1869), S. 46.

²⁾ Ricci et Levi-Civita, Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications, Math. Ann. 54 (1901), S. 125.

³⁾ Kottler, Über die Raumzeitlinien der Minkowskischen Welt, Wien. Ber. 121 (1912).

vollständig behandelt worden und zwar, was im allgemeinen Falle nicht möglich ist, auf Grund der Theorie der Integralformen.

Da sich an die Gravitationstheorie von Einstein, insbesondere aber an das Problem der Differentialgleichungen des Gravitationsfeldes, eingehendere mathematische Untersuchungen werden knüpfen müssen, mag eine systematische Darstellung der allgemeinen Vektoranalysis am Platze sein. Dabei habe ich mit Absicht geometrische Hilfsmittel beiseite gelassen, da sie meines Erachtens wenig zur Veranschaulichung der Begriffsbildungen der Vektoranalysis beitragen.

§ 1. Allgemeine Tensoren.

Es sei

$$(1) \quad ds^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

das Quadrat des Linienelementes, welches als invariantes Maß des Abstandes zweier unendlich-benachbarter Raum-Zeitpunkte betrachtet wird. Die folgenden Entwicklungen sind, so weit keine andere Bemerkung gemacht wird, von der Anzahl der Variablen unabhängig; diese mit n bezeichnet sein.

Bei einer Transformation

$$(2) \quad x_i = x_i(x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

der Variablen, oder einer Transformation

$$(3) \quad \begin{cases} dx_i = \sum_k \frac{\partial x_i}{\partial x'_k} dx'_k = \sum_k p_{ik} dx'_k \\ dx'_i = \sum_k \frac{\partial x'_i}{\partial x_k} dx_k = \sum_k \pi_{ki} dx_k \end{cases}$$

ihrer Differentiale, transformieren sich die Koeffizienten des Linienelementes gemäß der Formeln

$$(4) \quad g'_{rs} = \sum_{\mu\nu} p_{\mu r} p_{\nu s} g_{\mu\nu}.$$

Es sei g die Diskriminante der Differentialform (1), d. h. die Determinante

$$g = |g_{\mu\nu}|.$$

Ist $\gamma_{\mu\nu}$ die durch die Diskriminante dividierte („normierte“), d. h. Element $g_{\mu\nu}$ adjungierte Unterdeterminante von g , so transformieren sich diese Größen $\gamma_{\mu\nu}$ nach den Formeln

$$(5) \quad \gamma'_{rs} = \sum_{\mu\nu} \pi_{\mu r} \pi_{\nu s} \gamma_{\mu\nu}.$$

zcela obecné tenzory
v libovolné dimenzi

obecná transformace
(nikoli jen Lorentzova)

$$x_i = x_i(x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

einer Transformation

$$dx_i = \sum_k \frac{\partial x_i}{\partial x'_k} dx'_k = \sum_k p_{ik} dx'_k$$

$$dx'_i = \sum_k \frac{\partial x'_i}{\partial x_k} dx_k = \sum_k \pi_{ki} dx_k$$

transformieren sich die Koeffizienten

$$g'_{rs} = \sum_{\mu\nu} p_{\mu r} p_{\nu s} g_{\mu\nu}.$$

transformace
• vektorů
• kovektorů
• metrického tenzoru

gravitační pole popsané metrikou $g_{\mu\nu}$ je deformace prostoročasu

- princip ekvivalence: ve volně padající soustavě **lokálně** vymizí gravitační síla
- ale ani v této soustavě gravitace nevymizí zcela, protože i **nadále** zůstávají slapy !

reziduální gravitační působení dané tím, že v různých místech má gravitace odlišnou velikost a směr

slapové účinky jsou projevem **nehomogenity gravitačního pole**

ilustrace: astronaut padající k Zemi:
je sice v „beztíži“, ale přesto nadále pociťuje

- **natahování** ve směru hlava-nohy
- **stlačování** v příčném směru

Einsteinův pohled na věc:

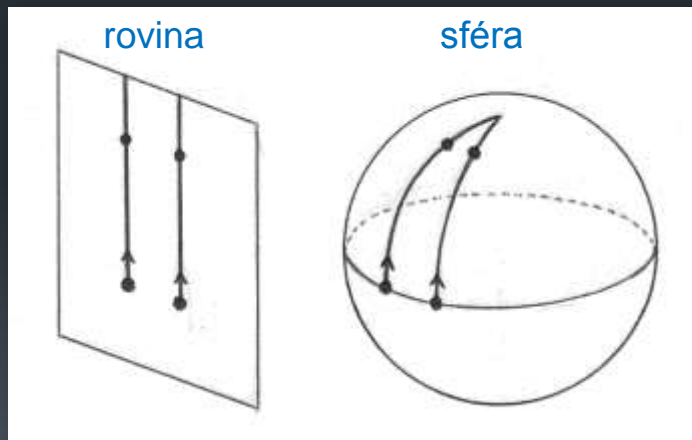
všechny gravitační jevy se dají vysvětlit
specifickým zakřivením prostoročasu



zakřivení prostoročasu a gravitační slapy

- deformace prostoročasu odpovídá nehomogenitám gravitačního pole
- slapy lze vysvětlit **volným pohybem částic v neuklidovském prostoročase**:

dvě volné částice (zpočátku paralelní geodetiky) se v neuklidovské geometrii vůči sobě pohybují zde přibližování poledníků směrem k pólům na sféře



kladná křivost
přibližování



záporná křivost
vzdalování

Einsteinovo hledání správných rovnic pole

nakonec: nalezení přesného tvaru rovnic – předpisu, jak hmota deformuje prostoročas jako vodičko Einstein použil „3P“:



byla to však mnohaletá cesta plná odboček a přešlapů:

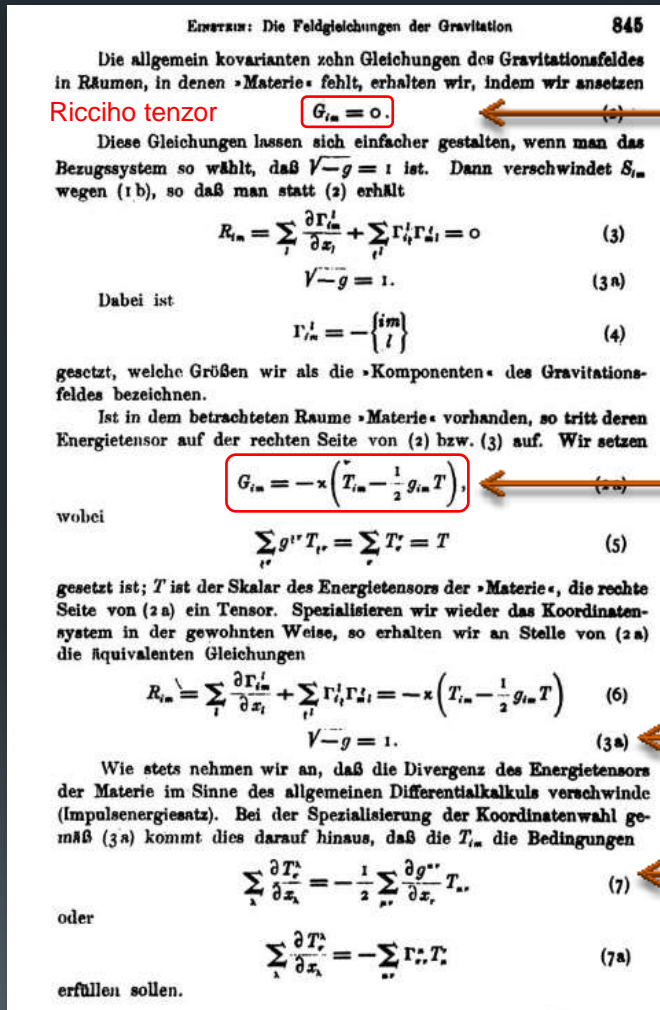
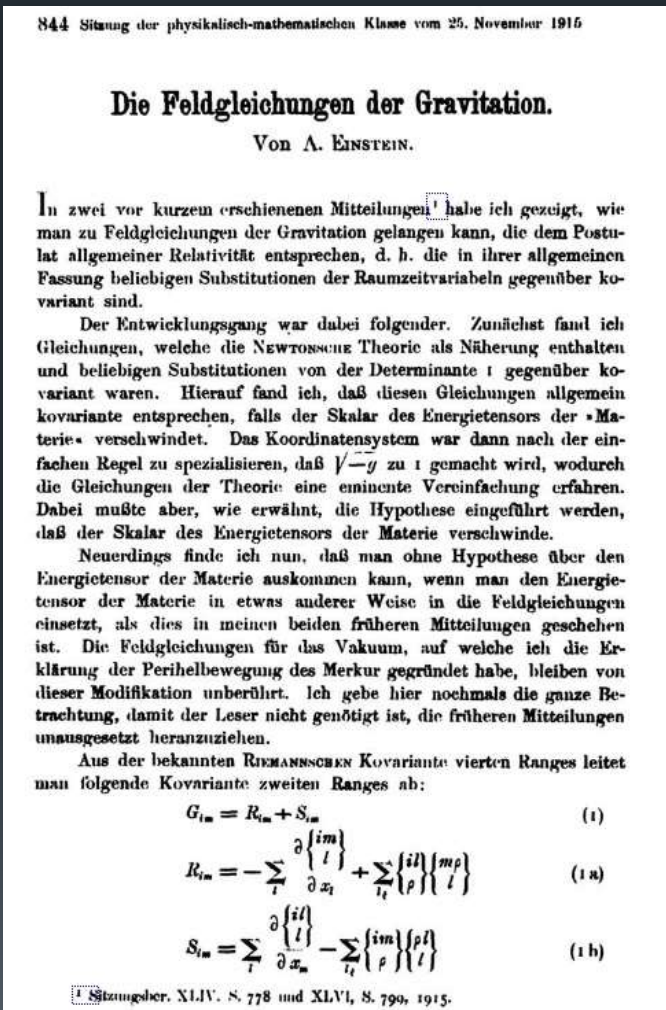
- 1912 s Grossmannem uvažuje Ricciho tenzor $R_{\mu\nu}$, ale kvůli 2 nesprávným argumentům ho zavrhnou („nedává newtonovskou limitu“): Einstein se s těžkým srdcem odvrací od hledání obecně kovariantních polních rovnic
 - 1913 omezení kovariance jen na lineární transformace; mylná představa, že $g_{\mu\nu}$ je hmotou určeno jednoznačně...
 - 1914 v Berlíně stále žádný pokrok, koncepční omyly...
 - 1915 objevuje chyby ve svých předchozích argumentech a vrací se k původní „kovariantní curyšské verzi“ rovnic
 - listopad 1915 vše do sebe začíná rychle zapadat:
- 4 zprávy předložené Pruské akademii věd během 4 týdnů:
- 4. 11. návrat k obecné kovarianci polních rovnic, ale jen vůči unimodulárním transformacím; pro slabá pole se rovnice redukuje na Poissonovu (tedy newtonovská limita)
 - 11. 11. krok zpět: požaduje navíc $\det g_{\mu\nu} = -1$, což splňuje pouze hmota s $T^{\mu}_{\mu} = 0$
 - 18. 11. informuje, že spočítal novou hodnotu ohybu paprsků u Slunce 1,7” místo 0,85” a že stáčení perihelia Merkura je právě 43”: vyřešení 60 let starého problému!
 - 25. 11. finální podoba rovnic gravitačního pole **teorie dokončena v celé své tenzorové kráse**

finální podoba rovnic gravitačního pole: Einstein 25. 11. 1915

<http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-doc/272>
<http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-trans/129>

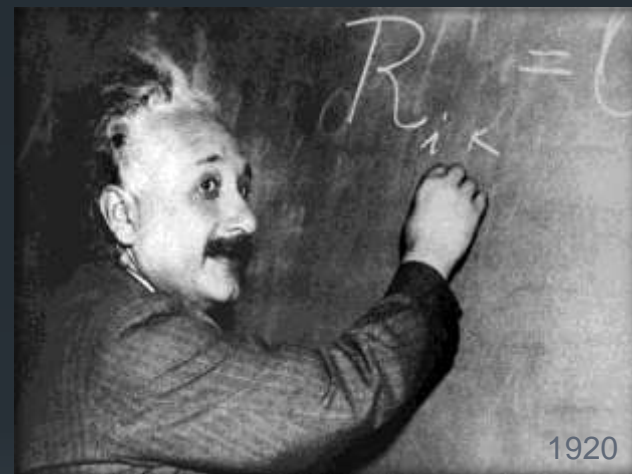
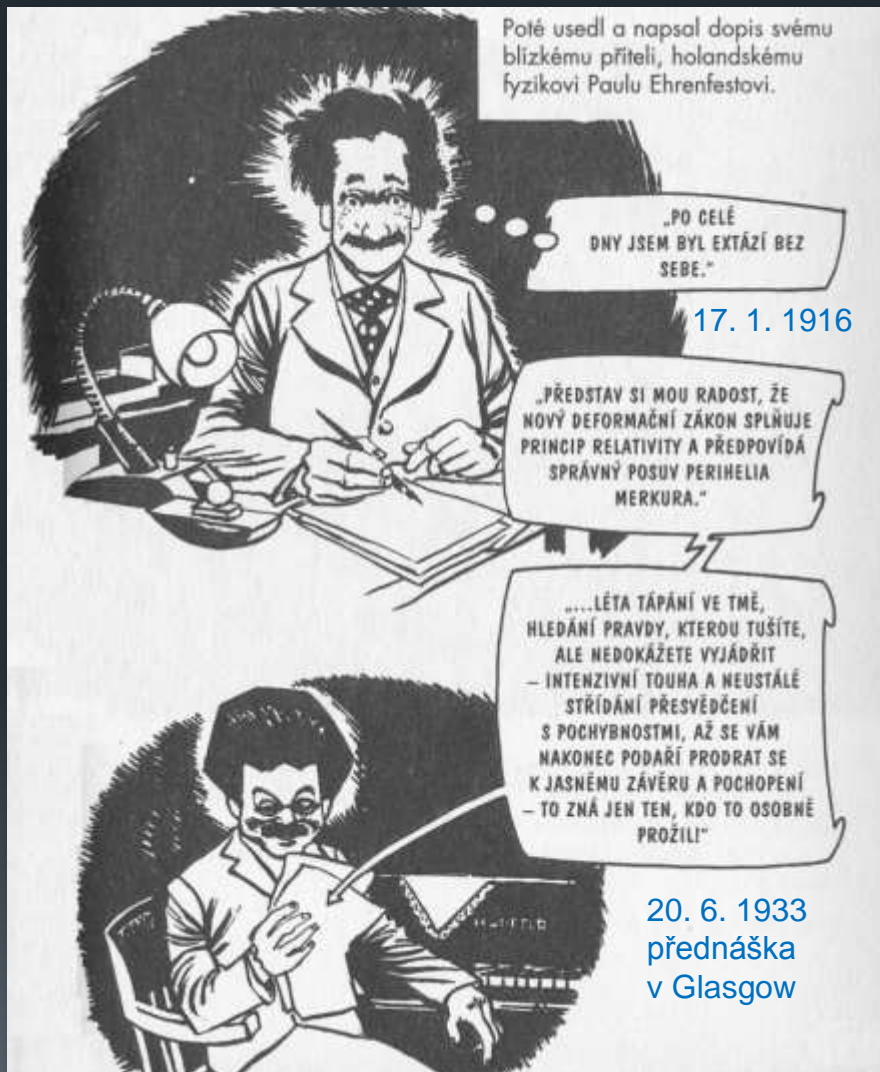
průspěvek „Rovnice gravitačního pole“

prezentován 25. 11. 1915, vyšel 2. 12. 1915



pouhé 3½ strany

Einsteinův osobní triumf

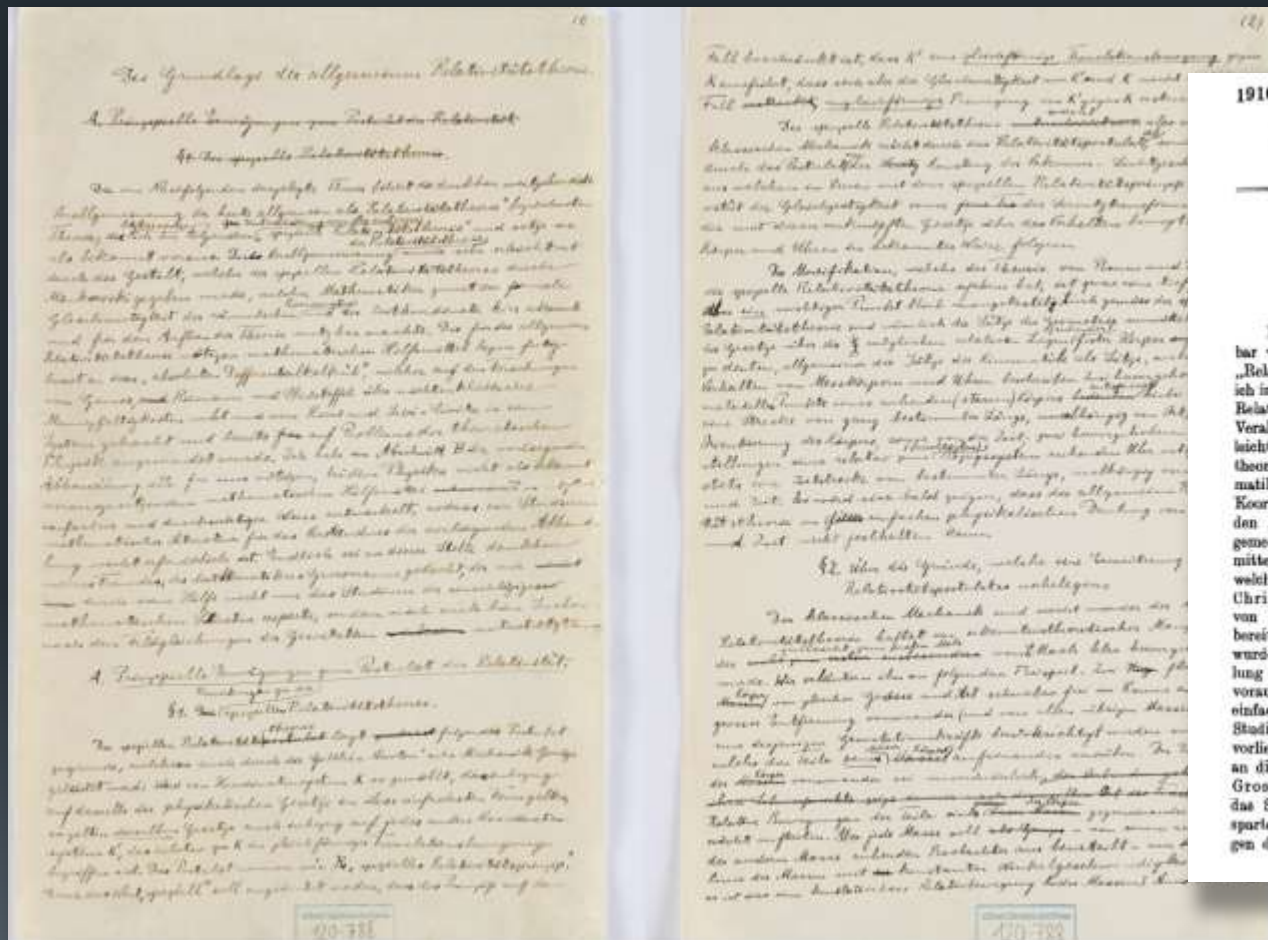


milník v dějinách

Einsteinův přehledový článek z roku 1916

„Základy obecné teorie relativity“

<http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-doc/311>
<http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-trans/158>
<http://alberteinstein.info/vufind1/Record/EAR000000025>



článek, 46 stran

rukopis

zdroj: Albert Einstein Archives, The Hebrew University, Jerusalem

Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik* 49 (1916) 769-822 došlo 20. 3., vyšlo 11. 5. 1916

teorie gravitace: porovnání koncepcí



• Newton

gravitační síla \vec{F}

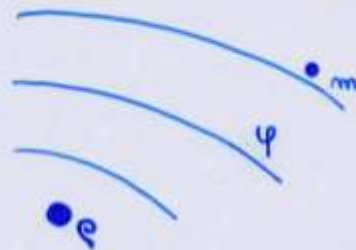
$$F = G \frac{mM}{r^2}$$



• Poisson

pole potenciálu ψ

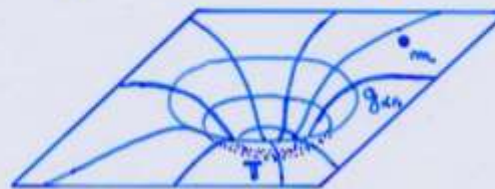
$$\Delta\psi = 4\pi G \rho$$



• Einstein

pole metriky $g_{\alpha\beta}$

$$G_{\mu\nu}(g_{\alpha\beta}) = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



1687

1812

1915

rovnice gravitačního pole v dnešním tvaru

tenzor metriky kosmologická konstanta tenzor energie-hybnosti

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

geometrie hmota

- hmota říká prostoročasu, jak se má zakřivit
- prostoročas naopak říká hmotě, jak se má pohybovat
- žádné „síly“, jen geometrie prostoročasové arény světa
- zákon zachování energie-hybnosti je důsledkem rovnic

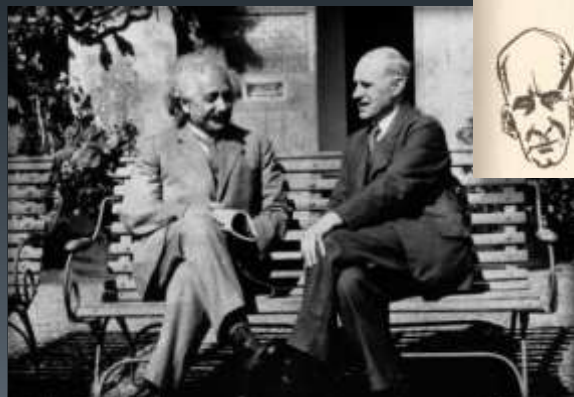
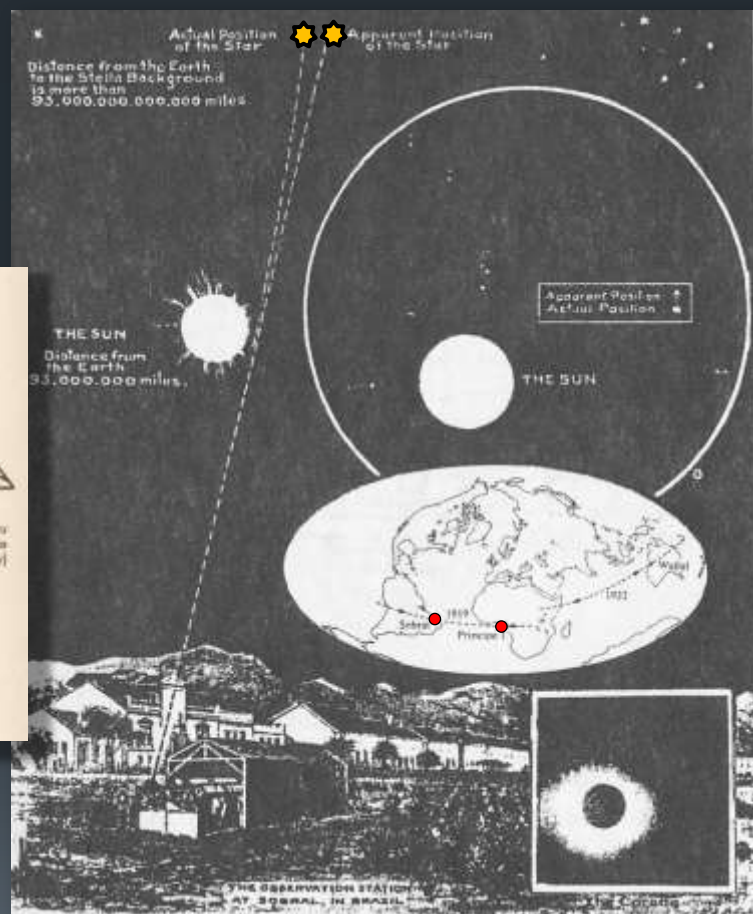
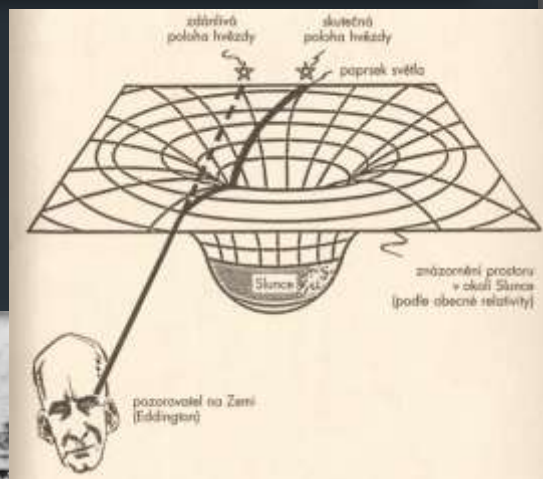
díky Bianchiho identitám je kovariantní divergence levé strany vždy nula, a tedy i pravé strany Einstein ale v roce 1915 tyto identity neznal...

klasické testy obecné teorie relativity

Nejprve to byly „klasické“ testy, které navrhl sám Einstein:

- *anomální stáčení perihélia dráhy Merkuru o 43" za století* (ve skutečnosti bylo zjištěno již v polovině 19. století – zejména Le Verrierem);
- *ohyb světelných paprsků při průchodu kolem okraje Slunce o 1,75" (naměřily expedice Eddingtona a Dysona při zatmění v roce 1919);*
- *frekvenční posuv světla v gravitačním poli hmotného objektu* (ověřili experimentálně Pound a Rebka v roce 1960).

zatmění Slunce 29. 5. 1919 na pozadí hvězdokupy Hyády
dvě expedice: **Sobral** v Brazílii a ostrov **Principe** u pobřeží Afriky
Crommelin Eddington

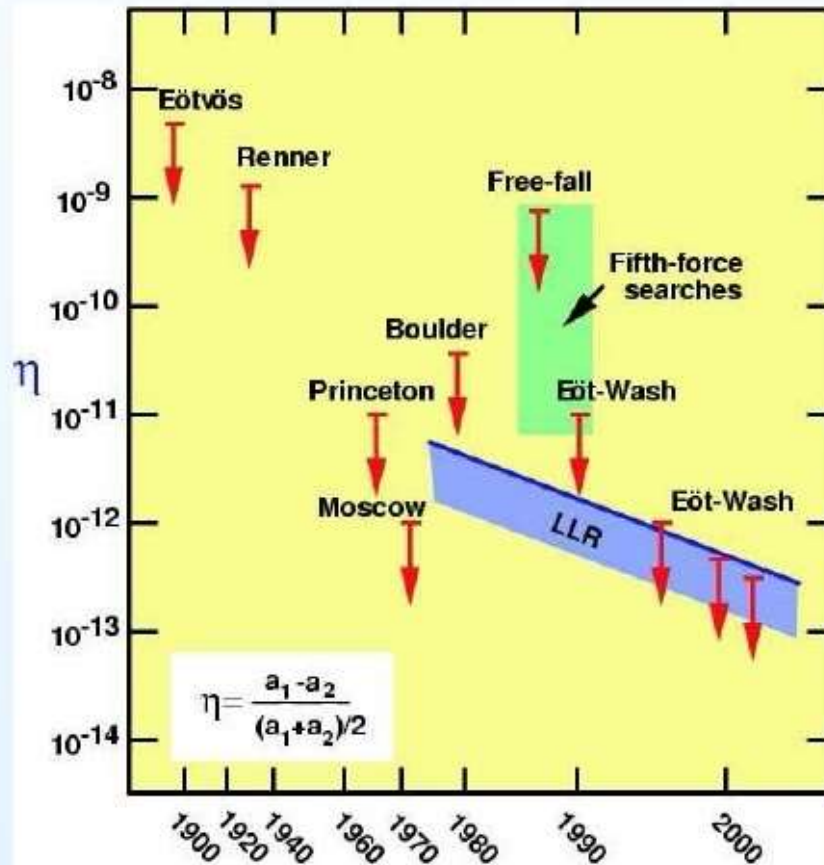


Einstein a Eddington (1930, Cambridge)

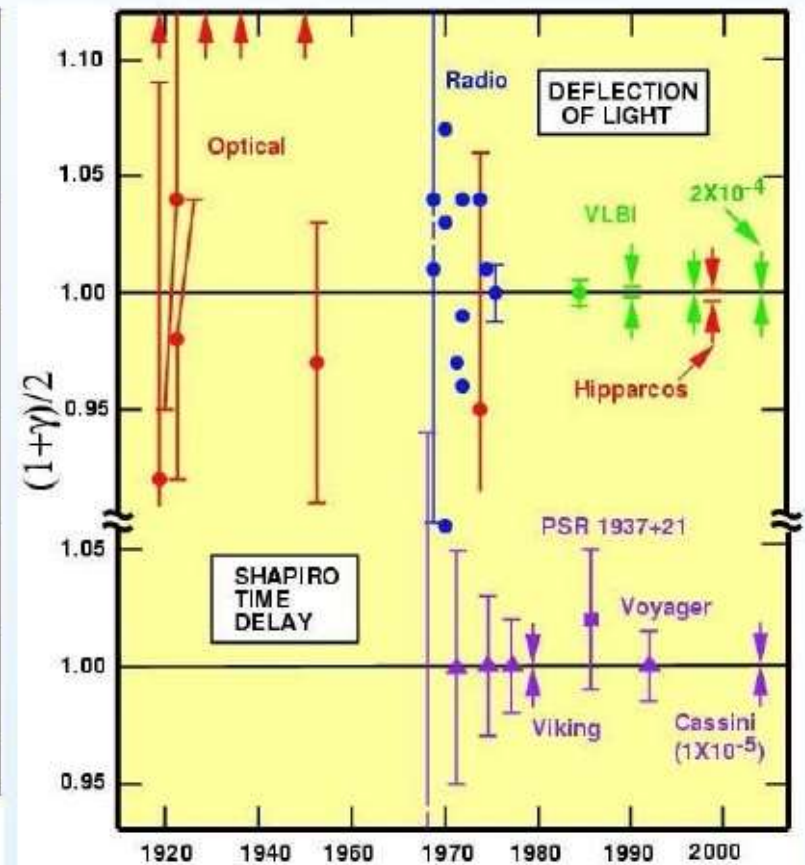
výsledky oznámeny 6. 11. 1919 na společném zasedání Royal Society a Royal Astronomical Society v Londýně

dodnes desítky další precizních ověření:

testy slabého principu ekvivalence



testy PPN parametru γ



binární pulsary a dvojité pulsary

významné testy obecné relativity v silných gravitačních polích:
systém dvou neutronových hvězd obíhajících velmi blízko sebe



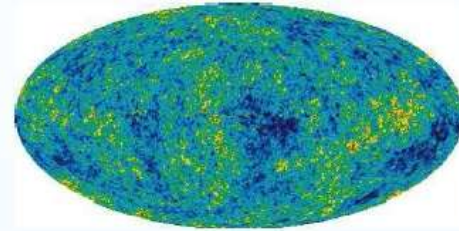
		stáčení dráhy:	přibližování po spirále:
PSR B1913+16	(1974)	4,2° za rok	3,5 m za rok
PSR J0737+3039	(2003)	16,9° za rok	2,6 m za rok

závěr: Einsteinova obecná relativita zůstává i po 100 letech výtečnou teorií, která extrémně dobře popisuje realitu: zatím jí opravdu můžeme důvěřovat!

hlavní aplikace obecné teorie relativity

- **kosmologie:** globální modely vesmíru

studium struktury a evoluce kosmu



- **černé díry:** relativistická astrofyzika

supernovy, akreční disky
obří černé díry v centrech galaxií
gravitační čočky

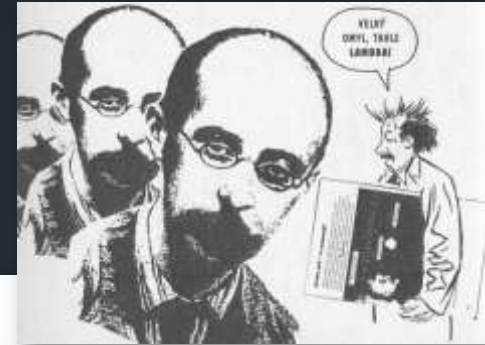


- **gravitační vlny:** kosmologické i astrofyzikální

rozvlnění prostoročasové geometrie
vzniklé při explozích, kolapsecch a srážkách



Einstein a kosmologie



fundamentální příspěvek z února 1917:

- formulace studia vesmíru jako celku v kontextu obecné teorie relativity
- model statického uzavřeného vesmíru s rovnoměrným rozložením hmoty
- zavedení kosmologické konstanty Λ

142 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 8. Februar 1917

Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie.

VON A. EINSTEIN.

Es ist wohlbekannt, daß die Poissonsche Differentialgleichung

$$\Delta\phi = 4\pi K\rho \quad (1)$$

in Verbindung mit der Bewegungsgleichung des materiellen Punktes die Newtonsche Fernwirkungstheorie noch nicht vollständig ersetzt. Es muß noch die Bedingung hinzutreten, daß im räumlich Unendlichen das Potential ϕ einem festen Grenzwerte zustrebt. Analog verhält es sich bei der Gravitationstheorie der allgemeinen Relativität; auch hier müssen zu den Differentialgleichungen Grenzbedingungen hinzutreten für das räumlich Unendliche, falls man die Welt wirklich als räumlich unendlich ausgedehnt anzusehen hat.

EINSTEIN: Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie 151

müßten wir wohl schließen, daß die Relativitätstheorie die Hypothese von einer räumlichen Geschlossenheit der Welt nicht zulasse.

Das Gleichungssystem (14) erlaubt jedoch eine naheliegende, mit dem Relativitätspostulat vereinbare Erweiterung, welche der durch Gleichung (2) gegebenen Erweiterung der Poissonschen Gleichung vollkommen analog ist. Wir können nämlich auf der linken Seite der Feldgleichung (13) den mit einer vorläufig unbekanntem universellen Konstante $-\lambda$ multiplizierten Fundamentaltensor $g_{\alpha\beta}$ hinzufügen, ohne daß dadurch die allgemeine Kovarianz zerstört wird; wir setzen an die Stelle der Feldgleichung (13)

$$G_{\alpha\beta} - \lambda g_{\alpha\beta} = -\kappa \left(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T \right). \quad (13a)$$

Auch diese Feldgleichung ist bei genügend kleinem λ mit den am Sonnensystem erlangten Erfahrungstatsachen jedenfalls vereinbar. Sie befriedigt auch Erhaltungssätze des Impulses und der Energie, denn man gelangt zu (13a) an Stelle von (13), wenn man statt des Skalars des RIEMANNschen Tensors diesen Skalar, vermehrt um eine universelle Konstante, in das HAMILTONsche Prinzip einführt, welches Prinzip ja die Gültigkeit von Erhaltungssätzen gewährleistet. Daß die Feldgleichung (13a) mit unseren Ansätzen über Feld und Materie vereinbar ist, wird im folgenden gezeigt.

Einstein a gravitační vlny

Aproximativní integrace rovnic gravitačního pole

688 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juni 1916

Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.

VON A. EINSTEIN.

Bei der Behandlung der meisten speziellen (nicht prinzipiellen) Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie kann man sich damit begnügen, die $g_{\mu\nu}$ in erster Näherung zu berechnen. Dabei bedient man sich mit Vorteil der imaginären Zeitvariable $x_4 = it$ aus denselben Gründen wie in der speziellen Relativitätstheorie. Unter „erster Näherung“ ist dabei verstanden, daß die durch die Gleichung

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \quad (1)$$

definierten Größen $\gamma_{\mu\nu}$, welche linearen orthogonalen Transformationen gegenüber Tensorcharakter besitzen, gegen 1 als kleine Größen behandelt werden können, deren Quadrate und Produkte gegen die ersten Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Dabei ist $\delta_{\mu\nu} = 1$ bzw. $\delta_{\mu\nu} = 0$, je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$.

Wir werden zeigen, daß diese $\gamma_{\mu\nu}$ in analoger Weise berechnet werden können wie die retardierten Potentiale der Elektrodynamik. Daraus folgt dann zunächst, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Wir werden im Anschluß an diese allgemeine Lösung die Gravitationswellen und deren Entstehungsweise untersuchen. Es hat sich gezeigt, daß die von mir vorgeschlagene Wahl des Bezugssystems gemäß der Bedingung $g = |g_{\mu\nu}| = -1$ für die Berechnung der Felder in erster Näherung nicht vorteilhaft ist. Ich wurde hierauf aufmerksam durch eine briefliche Mitteilung des

[1]

Astronomen DE SITTER, der fand, daß man durch eine andere Wahl des Bezugssystems zu einem einfacheren Ausdruck des Gravitationsfeldes eines ruhenden Massenpunktes gelangen kann, als ich ihn früher gegeben hatte¹. Ich stütze mich daher im folgenden auf die allgemein invarianten Feldgleichungen.

[2]

¹ Sitzungsber. XLVII, 1915, S. 833.

Einstrich: Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation 689

§ 1. Integration der Näherungsgleichungen des Gravitationsfeldes.

Die Feldgleichungen lauten in ihrer kovarianten Form [3]

$$\left. \begin{aligned} R_{\mu\nu} + S_{\mu\nu} &= -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) \\ R_{\mu\nu} &= -\sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left\{ \begin{matrix} \mu\nu \\ \alpha \end{matrix} \right\} + \sum_{\beta} \left\{ \begin{matrix} \mu\alpha \\ \beta \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \nu\beta \\ \alpha \end{matrix} \right\} \\ S_{\mu\nu} &= \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}} - \sum_{\alpha} \left\{ \begin{matrix} \mu\nu \\ \alpha \end{matrix} \right\} \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_{\alpha}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Dabei bedeuten die geschweiften Klammern die bekannten CHRISTOFFEL'schen Symbole, $T_{\mu\nu}$ den kovarianten Energietensor der Materie, T den zugehörigen Skalar. Die Gleichungen (1) liefern in der uns interessierenden Näherung die durch Entwickeln unmittelbar folgenden Gleichungen

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\alpha}} + \sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\alpha}}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\alpha}} - \sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma_{\alpha\nu}}{\partial x_{\alpha}^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}} \left(\sum_{\alpha} \gamma_{\alpha\alpha} \right) = -2\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_{\alpha} T_{\alpha\alpha} \right). \quad (2)$$

Das letzte Glied der linken Seite stammt von der Größe $S_{\mu\nu}$, die bei der von mir bevorzugten Koordinatenwahl verschwindet. Die Gleichungen (2) lassen sich durch den Ansatz

$$\gamma_{\mu\nu} = \gamma'_{\mu\nu} + \psi \delta_{\mu\nu} \quad (3)$$

lösen, wobei die $\gamma'_{\mu\nu}$ der zusätzlichen Bedingung

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial \gamma'_{\mu\alpha}}{\partial x_{\alpha}} = 0 \quad (4)$$

genügen. Durch Einsetzen von (3) in (2) erhält man an Stelle der linken Seite

$$-\sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma'_{\mu\nu}}{\partial x_{\alpha}^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}} \left(\sum_{\alpha} \gamma'_{\alpha\alpha} \right) + 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}} - \delta_{\mu\nu} \sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_{\alpha}^2} - 4 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}}. \quad (4)$$

Der Beitrag des zweiten, dritten und fünften Gliedes verschwindet, wenn ψ gemäß der Gleichung

$$\sum_{\alpha} \gamma'_{\alpha\alpha} + 2\psi = 0 \quad (5)$$

gewählt wird, was wir festsetzen. Mit Rücksicht hierauf erhält man an Stelle von (2)

vlnová rovnice pro slabé gravitační poruchy

předloženo 22. června 1916

690 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juni 1916

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial^2}{\partial x_{\alpha}^2} \left(\gamma'_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_{\alpha} \gamma'_{\alpha\alpha} \right) = 2 \kappa \left(T'_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_{\alpha} T'_{\alpha\alpha} \right)$$

oder

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial^2}{\partial x_{\alpha}^2} \gamma'_{\mu\nu} = 2 \kappa T'_{\mu\nu}. \quad (6)$$

Es ist hierzu zu bemerken, daß Gleichung (6) mit der Gleichung (4) im Einklang ist. Denn es ist zunächst leicht zu zeigen, daß bei der von uns erstrebten Genauigkeit der Impulsenergiesatz für die Materie durch die Gleichung

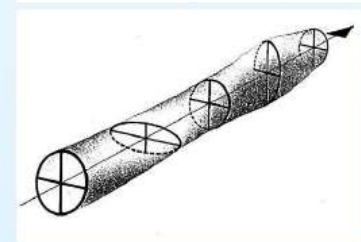
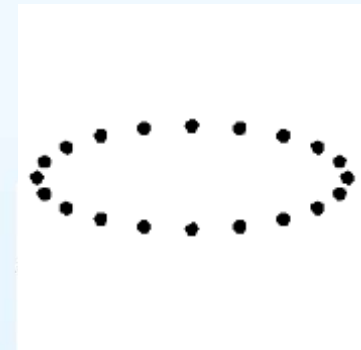
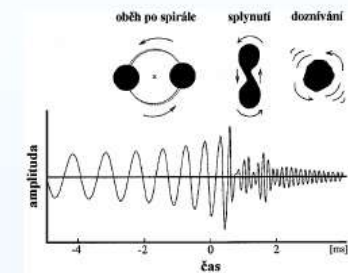
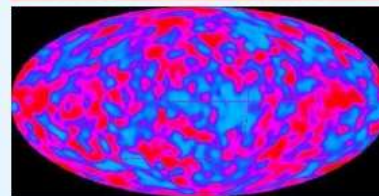
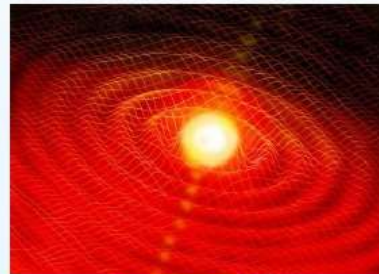
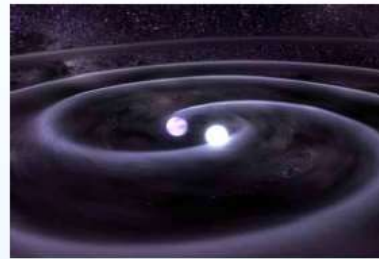
dnešní zápis:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \Rightarrow \quad \text{pro } \gamma_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \text{ platí} \quad \square \gamma_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$
$$|h_{\mu\nu}| \ll |\eta_{\mu\nu}|, \quad \gamma_{\mu\nu}{}^{,\nu} = 0$$

zdroje gravitačních vln

každý zrychlený nesférický pohyb hmoty, zejména:

- kompaktní dvojhvězdy
- supernovy
- velký třesk



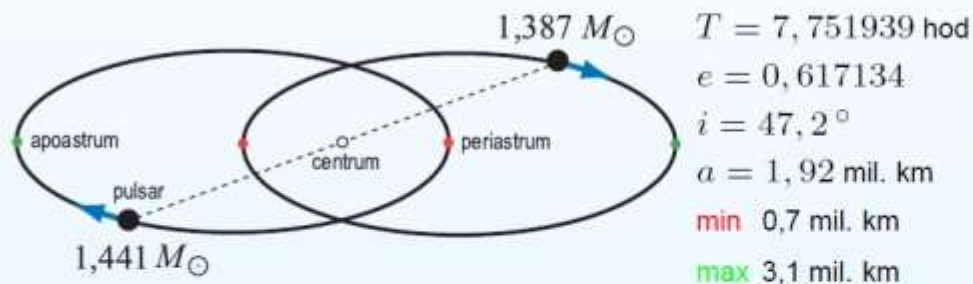
gravitační vlny jsou nesmírně slabé:

$$h = \frac{\Delta L}{L} < 10^{-23}$$

nepřímý důkaz existence gravitačních vln

pulsar v těsném dvojném systému, sledovaný od roku 1974:

binární systém s PSR B1913+16 vyzařuje gravitační vlny



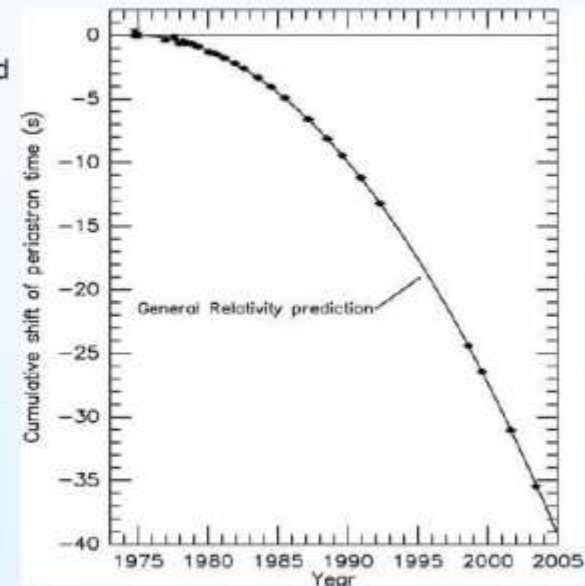
obě neutronové hvězdy se spirálovitě přibližují o 3,1 mm při každém oběhu
→ zkracování T o $76 \mu\text{s}/\text{rok}$, protože gravitační vlny odnášejí energii

pozorování zcela souhlasí s předpovědí teorie relativity:

(chyba menší než 0,2%)

Hulse a Taylor: Nobelova cena 1993

potvrzeno i dvojitým pulsarem PSR J0737+3039 objeveným roku 2003



zdroj: Weisberg J. M. a Taylor J. H.,
ASP Conf. Ser., 328 (2005) 25

snahy o pozemskou detekci zatím neúspěšné

přestože probíhají již více než 50 let a teorie existuje 100 let

- 1960: **rezonanční mechanické detektory** Josepha Webera a jejich četní následníci
- dnes: **mnohem citlivější interferometry**: následníci MARK 2, TAMA 300, GEO 600

interferometry kilometrových rozměrů



LIGO (Hanford, USA)



Virgo (Pisa, Itálie)



2015 Advanced LIGO, pak Virgo s citlivostí 10^{-23} a také LISA Pathfinder ... 2016 ???

zdroje a doporučená literatura

- **Abraham Pais: *Subtle is the Lord***
(Oxford University Press, 1982)
- **Albrecht Fölsing: *Albert Einstein***
(Volvox Globator, Praha, 2001)
- **Kip S. Thorne: *Černé díry a zborcený čas***
(Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha, 2004)
- **Jiří Podolský a Oldřich Semerák: *Obecná teorie relativity***
Čs. čas. fyz. **61** (2011) č. 6, 340-343
- **Joe P. McEvoy a Oscar Zarate: *Stephen Hawking***
(Portál, Praha, 2002)
- **Simon Singh: *Velký třesk***
(Dokořán, edice Zip, Praha, 2007)